Corps :

N. m. Vers **881**, « Cors », du Latin « *Corpus* », « *Corporis* », à l'Accusatif. Voir surtout le Sens **II**. Pour une fois, la Définition de l'Objet Mathématique ainsi désigné et nommé ne sera pas en première acception (voir en **III**).

0❓ **Corps**, en informatique :

ce qui est placé entre les balises d'une fonction ou d'une procédure.

En Informatique, donc, le Corps d'un Programme, voire d'un Logiciel (Core en américain), sera la Partie Principale, non pas tant en longueur, que parce que recelant tous les principaux Points, d'Entrée et Sorties, Bifurcations, Appels de Routines, de Sous-programmes, (Mécanismes de Procédures généralement placés en « Bibliothèques », {« Library » en américain}), en tant que Script Essentiel d'une Programmation Procédurale.

Et, normalement, le ou les « Points d'Entrée et de Sortie » d'une Application en Session de Présentation.

Ces Séquences, quand elles sont ininterruptibles, sauf à « tuer » le programme, sont justement nommées « Démons » !

Une saine Programmation veille à ce que toute Application reste « vigilante » en scrutant souvent les « tampons » où sont enregistrées les actions clavier, souris, ou autres, de l'utilisateur. Y compris, donc, pour lui demander de s'arrêter !

Ia❓ Objet Matériel Caractérisé par ses Propriétés Physiques.

Tiré du Sens II dès le XIIIème Siècle.

Vers 1260 – 1270, les Objets Matériels, voire Abstraits, ont été vus comme indépendants de tout Esprit, même celui qui les aurait créés. Même les Lois sont dès alors considérées comme échappant aux Législateurs.

Les Choses sont pourtant plus que Substances inertes à considérer comme Matières des Besoins et des Œuvres.

Un Corps est, contrairement au Point Matériel idéal, Étendu, évidement souvent aussi en d'autres Dimensions que celles seules perceptibles dans l'Espace dans lequel il est Plongé.

La Physique Quantique enseigne que des Objets Physiques n'ont pas forcément de Position définie, mais il y a un Quantum de Distance, la Longueur de Planck, d'où un Volume de Planck.

De proche en proche, puisqu'il y a des Champs, il y a des Régions où la Probabilité d'Action est Maximale, et d'autres où elle devient telle qu'aucun Quantum d'Énergie ne saurait être transmis, du moins instantanément et sans Vecteur intermédiaire.

Du Volume et la Densité d'Énergie emmagasinée dans les Contraintes des Tenseurs et Torseurs Locaux, vient la Masse des Corps en tant que Particules. Il y a donc des Particules Vecteurs de Forces dont la Masse Propre est nulle et des Corpuscules dotés de Masses Propres comme Énergie de leur État Fondamental.

Un Corps Noir absorbe tout Quantum d'Énergie.

Particulièrement toute Radiation, Vecteur électro-magnétique ou d'autre Force. En Propre, il ne renvoie aucun Rayonnement particulier.

L'Énergie Reçue, néanmoins est Réémise, mais transformée en une Émission qui ne dépend, selon la Loi $E = h\lambda$, que de l'Énergie reçue, ni, donc des caractères de ce qui est reçu, ni des caractères, absents d'ailleurs sous cet aspect, de ce qui reçoit.

C'est bien entendu une Idéalité, comme un « Bruit Blanc » ou un « Gaz Parfait », comme la Monère ou l'Espèce Biologique.

Au-delà de leurs Masses, il est bien des Propriétés des Corps.

La plupart, y compris celles de Chimie des Goûts et Saveurs, des Odeurs et Parfums, même en leurs Couleurs et une part de leurs Formes, viennent des Effets Quantiques de la Force Électro-magnétique.

Les Manifestations en sont nombreuses. Le Cristal de Carbone dit Diamant est réputé le plus Dur. Il est des Liquides plus Labiles que l'Eau. Mais il est parfois nécessaire, faute de « Points Critiques » marqués, ou de Points d'Inflexions de Comportement nets, même pour des Corps extrêmement Purs, de recourir à des Conventions entre Solides, Visqueux, Pâteux, Gels, Sols, Zéolithes, Fluides.

Les États à Phases Supercritiques ou Métastables, les Verres, Complexes et Coordinats Moléculaires, les Condensats, les « Cristaux dits Liquides », ont des Comportements très Particuliers.

Ce n'est pas encore au point des Associations Moléculaires qui, dépassant même les Micelles des Gels et Sols, et leurs effets d'Hystérésis physico-chimiques, donneront des Monères de Vivants, mais les Archées en découlent.

Ib? La Constitution des Corps est dans le Germe, le Zygote chez les Vivants, chez les Machines dans les Plans, les Mailles chez les Minéraux.

Ce n'est pas seulement par Métaphores qu'il y en a de diverses Corpulences, des Malingres aux Obèses.

Choisir, à Fonctions et Capacités égales pour la question posée, l'Appareil à se procurer entre Obésité et Maigreur devient un Art. Être Svelte, bien proportionné, n'est ni être Grand, ni être petit ; ni Gras ni maigre, ni Gros ni fluet !

Et un jour, plutôt que Programmer, nous gymnastiquerons les Robots, que nous voulions en faire des Athlètes puissants, ou des Domestiques minutieux.

Plus un Corps est faible, plus il Commande, plus il est Fort, plus il obéit.

Quand une Entité est capable de Réflexion, de dédoublement, triplement même, des Représentations, elle peut confronter son Corps et les Représentations de son Organisme.

Corps Propre et Sujet, Phénoménal en Opposition à l'Objectif dépassionné.

En effet, si les premiers Automates étaient des Machines Simples à Programmes simplement Enregistrés, alors que maintenant ils peuvent être Modifiés en Temps Réel par des Comportements d'Interactions eux-mêmes Modifiables, et bien des Robots n'ont pas encore de Réflexions sur l'Image qu'ils peuvent se faire de leur Support Physique ; ceux qui tendent à accroître l'Intelligence Artificielle de Systèmes capables d'ajouter l'Expertise à la Compétence, et l'Apprentissage à l'Enregistrement, en viennent à favoriser l'apparition d'une Image du Corps comme les Personnes peuvent en construire, et comme, paraît-il les Mammifères Sociaux, un Schéma Corporel distinct de ce qui traite simplement des Besoins Physiologiques.

Les Robots primitifs, comme les Insectes, ont des Capacités de Traitements de Situations déjà élaborées, mais en Coopération ou Lutte, ne discernent pas le Contact immédiat du Corps à Corps des Traitements de Percepts d'Actions les plus généraux.

Dès le XIIIème siècle, le Buste et la Ceinture étant plus précieux même que les Membres, les victimes de la Thalidomide racémique l'ont bien su, la Partie Principale d'un Navire, coque, ponts et structures, s'oppose aux Biens transportés, moyen de Propulsion inclus.

Dès 1590, c'est étendu aux Bâtiments et Machines à terre.

Ic? Pour les Textes :

Comme une Dissertation, un Dispositif Juridique comprend :
l'En-tête, l'Introduction, le Corps, et les Formules de Conclusion et de Fin d'Arrêté.

Id? — Par Abstraction, dès la fin du XIIIème siècle, Organiser un Groupe en Institution, c'est le Former en Corps.

Dans la « Nature » des Choses, il y a toujours une Substance, des Composants comme Individus, qui est ce qui a été assemblé ou s'assemble en Objets d'Appréhension. Pour tous les mots polysémiques comme celui-ci, il faut chercher, si ce n'est pas homonymies avec Racines différentes, ce qui est commun à toutes les acceptions ! À commencer ici par « Structure » et « Organisations », avec une Identité particulière admissible, donc admise et reconnue par quelque Entité extérieure !

Les Acception Juridiques et Militaires ne seront qu'effleurées ici.

En France, la fonction publique d'État, c'est-à-dire l'ensemble des fonctionnaires travaillant dans les administrations et organismes publics à caractère administratif de l'État, est divisée en **corps** correspondant à des statuts, attributions et grilles de paie précis. Ces corps sont eux-mêmes divisés en grades ou classes.

Ainsi, le corps des professeurs des universités est divisé en trois classes : une seconde classe, une première classe et une classe exceptionnelle (« hors classe »).

La fonction publique hospitalière est également divisée en corps. Il en va de même de la fonction publique de la Mairie de Paris, malgré son assimilation à la fonction publique territoriale. De même, les militaires bien que ne faisant pas partie de la fonction publique sont répartis dans différents corps.
Le statut particulier de chaque corps est établi par décret en Conseil d'État même si certaines garanties ou au contraire certaines obligations propres à certains corps relèvent de dispositions législatives.

Les fonctionnaires de l'État sont répartis en un grand nombre de corps.
Cette dispersion est parfois présentée comme l'une des causes de la difficulté à moderniser la fonction publique

Un **corps de troupe** ou **corps**, est une unité militaire organiquement constituée, dotée de sa propre autonomie administrative.

Le Corps d'Armée est formé de plusieurs Divisions de diverses Armes et possède et gère des moyens qui lui sont propres.

Le régiment est un corps de troupe. Une unité formant corps et, un corps, unité inférieure au régiment appelée, par décision, à s'administrer elle-même. Rejoindre son corps. Chef de corps, colonel, lieutenant-colonel ou chef de bataillon.

Le commandant d'un corps ayant par conséquent la double fonction de commandant tactique et de commandant administratif.

Corps d'armée, grande unité militaire formée de plusieurs divisions.

Spécialt. Ensemble des unités de certaines armes spéciales. Le corps de l'artillerie, du génie. Le corps de bataille, les troupes placées au centre d'un dispositif tactique. Le corps de réserve, les troupes maintenues en réserve. Corps expéditionnaire, corps envoyé en expédition lointaine. Le corps expéditionnaire des Dardanelles.

Corps franc, petite unité, généralement composée de volontaires, créée pour des missions particulièrement risquées et à laquelle est accordée une certaine autonomie

II? La Partie Matérielle d'un Être Animé, le plus souvent considérée comme unie avec une Partie Immatérielle. Animé, mais pas forcément Animal ; <<Que peut être du « Hardware », du Matériel donc, sans son « Software », son Logiciel, et réciproquement ?>>.

En Biologie, c'est donc : un tout biologique chez l'homme (le **corps humain**) comme chez l'animal.

On parle aussi de Corps pour les cadavres de personnes décédées, et parfois pour les dépouilles d'animaux.

Ce qui **anime** un Corps, pour le Matérialiste « absolutiste » refusant toute idéalité, déniant la réalité de tout objet abstrait, n'est pas censé exister ! Mais alors, le Logiciel des Machines non plus ! Même Marx aurait dû le comprendre, les Automates existant déjà à son époque !

Chez les Machines, pour encore quelque temps, les deux sont dissociables, comme pour les Religieux la Chair, de l'Esprit et l'Âme. Mais là aussi le Corps est prison de l'Âme qui l'anime.

Il n'y a dans les Ordinateurs, et donc les Robots, pas encore Compénétration et Union Substantielle de l'Organisme et de l'Organisation des Parcours d'États et Portraits de Phases.

Il ne faudrait pourtant pas oublier que pour beaucoup des premiers « Computers », les Algorithmes étaient implémentés en Câblages de Composants, en « Hardware », en Matériel, qui étaient en partie changés à chaque fois que le calcul à exécuter était modifié.

Mais que deviendront des Machines réellement capables de Reproduction, de Se-survivre, en plus de Survivre, c'est-à-dire de Chercher leurs Alimentations Physiques, Matérielles et Énergétiques, de prendre elles-mêmes soin de leur Entretien, leurs Réparations, leur Maintenance, quittes à faire appel à des congénères comme nous aux médecins ?

Des Logiciels, structurés en Couches commencent à faire cela et à écrire sur des Exécutables, se modifiant eux-mêmes, dans la mesure où c'est nécessaire pour leur Fonctionnement, mais sans perdre leur « Identité ».

Il est clair que tous ceux, depuis Piaget, ont étudié comment on apprend, ont montré que l'Épistémologie Génétique implique, comme Kant lui-même l'avait suggéré, que le développement psychique et donc intellectuel, ne se fait pas sans références au Corps et ses capacités !

Imaginer donc une « Intelligence » désincarnée est une illusion grave !

Par ailleurs, il n'y a pas de Passions propres au Corps dans les Machines, pas de Sensations, pas d'Instinct, leurs Éléments n'ont pas de Capteurs propres ni de Traitements immédiats des Agressions et Aperceptions, comme au contraire, nos Cellules, Tissus et Organes. Les Sous-systèmes y sont sans Réflexes, ni Réflexions. Mais les Découplages toujours plus nombreux nécessaires à l'Intelligence Artificielle et la Robotique tendent à le provoquer.

Si la Programmation est bien, ou plutôt devrait être, reconnue comme l'un des Beaux-Arts, c'est tout d'Austérité et d'Ascèse, pas de Laisser-aller.

Si Napoléon III est décrit comme torturé par la maladie, ce qui aurait fait son incapacité à dominer les bellicistes puis les opérations, les Grandes Âmes, surtout guerrières mais aussi philosophes et mystiques, sont souvent maîtresses du Corps qu'elles animent, du Comte de Fontaines paraplégique à Nelson, mais aussi Pascal et Socrate, par exemple, il ne manque pas de Grand Capitaines comme Turenne ; de Sages ou de Saints, qui, hors de toute « Acceptation de la Mort », d'engagement suicidaire, comme les « Kamikazes », encore moins pour gagner quelque Paradis, mais par souci du Devoir et de la Tâche à accomplir, ont dominé leur Corps.

Les Passions, ce que l'on subit des Pulsions et Réflexes, sont la Voix du Corps. Les Pulsions en sont la Composante Instinctive, et la Conscience est la Voix de l'Âme, en tant que Support d'une Identité appelée à jouer un Rôle social et sociétal.

Toute la Médecine gagne à bien étudier les Phénomènes Psychosomatiques, comme l'Informatique à suivre les perfectionnements des matériels, leur robustesse, leurs évolutions de Structures, comme les Épistémologues mettent en garde contre les effets de protocoles d'expérience insuffisants. Toutes les Études de l'Organisme Humain, Anatomie, Anthropologie, Anthropométrie, Physiologie, Somatologie, Histologie, Génétique Descriptive et Moléculaire, …, ont leurs pendants en Informatique, et réciproquement.

Les Machines ont rarement des Tronc à opposer aux Membres et à une Tête, tant que l'on n'en fait pas des Androïdes. Mais elles ont Carcasses comme Ossatures sous leurs Peaux de Carrosseries, des Attaches et parfois Articulations et Jointures.

Si une Substance est cachée derrière une Apparence, au Physique, un Noumène derrière un Phénomène dans l'Abstrait, il ne faut pas s'étonner que beaucoup considèrent l'Animation et l'Âme reçue par Héritage comme plus Substantielle que le Corps, chaque élément Physique des Corps, sauf le Germen et un paquet de « Cellules souches », encore qu'elles-mêmes puissent remplacer une grande part de leurs Molécules, pouvant donc être Remplacé, sans que change l'Identité de l'Individu. Mais jamais par simples Substitutions ou Permutations « en bloc ».

L'Organisme visible n'est que Phénotype d'un Soma, tandis que nous ne sommes que porteurs d'un Germen qui, déjà, n'est plus tout à fait un Élément anatomique étudiable isolément, mais encore Constituant de l'Organisme.

De là à prétendre que nous ne serions que cela, des moyens construits par des Gènes pour se répandre et durer, voire les Choses construites par des Structures mnésiques, des « mèmes » pour encore se diffuser et perdurer, c'est un déraillement analogue à celui de la Phrénologie !

C'est oublier que, dès la Monère « Logique » comme Modèle Prototypique de la première Archée, le Support d'une IN-FORMATION est indissociable de ce qu'il doit INFORMER, c'est-à-dire que si des Acides Nucléiques fonctionnent in-vitro, c'est dans des Micelles, dans des « Gouttes » membranaires, que leur Fonctionnement s'est « pseudo-stabilisé », autrement dit que les Phénomènes Réactionnels décrits par le « Santa-Fe Institute », à la fois ont acquis les Cycles « contraintes-travail-enregistrement » de Monsieur Stuart Kaufman, et une Impulsion diversifiante mutagène, avec autant de Coévolutions entre Membranes et Contenus qu'entre Archées et Milieux.

Il reste que les « Semences », comme les Logiciels, sont en quelque sorte des « Corps étrangers », des Objets qui ne font pas à proprement parler Partie de l'Organisme Visible et qui agit, comme si elles y avaient été introduites accidentellement. Bien des Stérilités, ou infertilités, au-delà des atteintes décelables aux Appareils Génitaux et Séminaux, viennent sans doute, par exemple chez des Hybrides normalement constitués, de « discrepancies » comme diraient nos amis américains, de disharmonies entre Aspects Phénotypiques et Génotypiques.

Sera Corps aussi toute Chose, et à fortiori Personne, ayant une Existence Juridique ; Le Corps Certain étant la chose matérielle et individuelle particulière, qui n'est pas interchangeable, mais doit être disponible.

Le Corps d'un Délit est tout Objet qui constitue de fait un élément de Délit, une part des Circonstances de Situations d'Infraction à une Loi ou un Règlement au titre de la Substance en réponse au « Quoi » des Modalités de Qualités.

III? L'Architecture dit :

L'œuvre d'architecture (art de construire les édifices et d'aménager les jardins) se constitue dès le projet avec des membres de corps de bâtiment qui la décomposent et les constitue (l'architectonique, en général faite par un architecte).

Le corps de bâtiment désigne dans la technique de construction et dans l'architecture les volumes construits homogènes distincts et d'un seul tenant dans l'ouvrage bâti.

Cela concerne les parties de l'édifice dissociables entre elles sans dommage dans la structure générale de l'édifice, à la fois sous leur forme visible et leurs éléments porteurs. Dans ce sens a été créé le terme « corps de logis » et désigne le corps du bâtiment-logis. Un **corps de logis**, appelé aussi **corps principal**, est un terme utilisé en général en architecture pour désigner le bâtiment principal ou central d'un édifice imposant traditionnel.

Les corps :

- Le « corps principal » comporte la porte d'entrée principale ;
- l'« arrière-corps » est un membre en très grande partie en arrière ou intégralement contenu en arrière du corps de bâtiment concerné (par exemple une cage d'escalier) ;
- l'« avant-corps » est un membre intégralement en avant (par exemple le perron) ou en surplomb (par exemple l'oriel) du corps de bâtiment concerné. Par extension, on le désigne aussi par « avancement » ;

- Le corps « à cheval » est en débord avant et arrière du corps principal ;
- L'aile est un corps de bâtiment de la construction classique qui est vu séparé du corps principal central qu'il flanque. L'aile est souvent disposée en paire symétrique. Les ailes, soit « en avant-corps », soit « en arrière-corps », sont en général « en retour » (à l'équerre) du corps principal et donnent la ou les cours avant et arrière.

Le jardin n'est pas un corps, mais la jardinière est un petit « corps creux » de toute forme (par exemple une jarre).

Dans la tradition de l'architecture de la demeure, le logis est la partie des bâtiments comportant les appartements des propriétaires. Ces appartements sont des espaces privés composés des pièces où chaque personne d'importance se retire de la société. Ces pièces sont marquées par un usage très spécialisé — y sont compris les boudoirs, les cabinets de toilette (les futures pièces humides) — alors que les autres pièces communes sont d'un usage plus polyvalent.

Le logement des personnes se fait selon leur rang dans les demeures nobles (par exemple, l'écurie est à l'origine le logement de l'écuyer qui porte l'écu et qui a la charge des chevaux).

Le corps de logis dans les demeures importantes contient tous les appartements conçus et les salles les plus importantes qui sont aussi des salles à manger, salons, chambres (salles de réunion). Les salles les plus élégantes dans le bâtiment sont souvent au premier étage (l'étage noble ou *piano nobile* des châteaux, manoirs ou palais).

La façade de ce corps de bâtiment est la façade principale puisque cette partie de l'édifice comporte l'entrée principale. Elle est fréquemment traitée avec soin puisque donnant l'apparat et on y trouve les avant-corps simulant parfois des pignons terminant des travées transversales non réelles avec des frontons en couronnement, et les arrière-corps, légers retraits marquant souvent l'entre-fenêtre des baies.

En fonction du style architectural des bâtiments après le Moyen Âge, des ailes — corps de bâtiment en prolongation ou disposés à l'équerre du corps principal, en général symétriques — peuvent être ajoutées aux extrémités suivant les époques et distinguer le corps central par leur mise en avant, notamment lorsqu'elles sont animées d'un léger ressaut et percées de baies régulières timbrées d'agrafes sculptées, de motifs décoratifs ou de têtes humaines (masques et mascarons). Elles peuvent aussi se prolonger en arrière (voir la distribution selon le plan choisi). Ces corps de bâtiment correspondent aussi bien à des dépendances qu'à des galeries d'apparat.

Quand l'ensemble contient une place bordée de bâtiments destinée à l'apparat des réceptions avec le corps de logis en fond, cette place s'appelle la cour d'honneur. Le jardin d'agrément (souvent à la française ou à l'italienne se situe derrière. Cette forme, cette disposition, est institutionnelle et a donné la forme répertoriée de l'espace théâtral que l'on appelle « entre cour et jardin ».

La plupart des bâtiments de l'époque classique en Europe possèdent un corps de logis (château de Versailles, palais Pitti, etc.) ainsi que les châteaux du Moyen Âge.

IV? La Définition de l'Objet Mathématique ainsi désigné et nommé :

En mathématiques, un **corps** est une des structures algébriques fondamentales de l'algèbre générale. C'est un ensemble muni de deux opérations binaires rendant possible l'addition, la multiplication et le calcul d'opposés et d'inverses, permettant de définir les opérateurs de soustraction et de division.

La dénomination *corps* en français sortie de son contexte est ambiguë car la définition varie selon les auteurs. Dans tous les cas, un corps est un anneau (unitaire) non nul dans lequel tout élément non nul a un inverse pour la multiplication. Dit autrement, c'est un anneau dans lequel l'ensemble des éléments non nuls est un groupe pour la multiplication. Cependant, certains auteurs[1,2] exigent que la multiplication soit commutative alors que d'autres l'autorisent à ne pas l'être.

- Dans le cas où la définition n'exige pas la commutativité, on parle alors de *corps commutatifs* et de *corps non commutatifs* pour distinguer les corps dans lesquels la multiplication est commutative et ne l'est pas.
- Dans le cas où la définition exige la commutativité, l'appellation *corps commutatif* est alors un pléonasme. La structure algébrique qui correspond à un corps sans la contrainte de commutativité (c'est-à-dire un anneau dans lequel tout élément non nul a un inverse pour la multiplication) est alors appelée *corps gauche* ou *anneau à division*. Si la multiplication n'est pas commutative, on parle alors de *corps gauches non commutatifs* voire de *corps non commutatifs* (même s'il s'agit stricto sensu d'un oxymore) ou bien d'*anneaux à division non commutatifs*.

À noter que ces distinctions sont sans importance dans le cas où le corps considéré est fini, puisque le théorème de Wedderburn assure qu'il n'existe pas de corps fini non commutatif.

Un **corps commutatif** (parfois simplement appelé **corps**, voir plus bas, ou parfois appelé **champ**) est une des structures algébriques fondamentales de l'algèbre générale. C'est un ensemble muni de deux opérations binaires rendant possibles les additions, soustractions, multiplications et divisions.

Plus précisément, un corps commutatif est un anneau commutatif dans lequel l'ensemble des éléments non nuls est un groupe commutatif pour la multiplication.

Selon la définition choisie d'un corps qui diffère selon les auteurs (la commutativité de la multiplication n'est pas toujours imposée), soit les corps commutatifs sont des cas particuliers de corps (dans le cas où la commutativité n'est pas imposée), soit la dénomination *corps commutatif* est un pléonasme qui désigne simplement un *corps* (dans le cas où elle l'est).

Des exemples élémentaires de corps commutatifs sont le corps des nombres rationnels noté $\mathbb{Q}$ (ou **Q**), le corps des nombres réels noté $\mathbb{R}$ (ou **R**), le corps des nombres complexes noté $\mathbb{C}$ (ou **C**) et le corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ des classes de congruences modulo p où p est un nombre premier, noté alors également $\mathbb{F}_p$ (ou $\mathbf{F}_p$).

La théorie des corps commutatifs est le cadre historique de la théorie de Galois, une méthode d'étude qui s'applique en particulier aux corps commutatifs et aux extensions de corps, en relation avec la théorie des groupes, mais s'étend aussi à d'autres domaines, par exemple l'étude des équations différentielles (théorie de Galois différentielle), ou des revêtements.

La théorie des corps (commutatifs) se développe tout au long du XIXe siècle, en parallèle et de façon intimement liée avec la théorie des groupes, la théorie des anneaux et l'algèbre linéaire. Jusqu'à cette époque, l'algèbre s'identifie à la théorie des équations polynomiales et de leur résolution. C'est dans ce contexte qu'apparaissent les premières notions de théorie des corps, avec les travaux de Niels Abel et ceux d'Évariste Galois, même si la structure n'est pas identifiée explicitement. Galois est le premier à parler d'adjonction (pour des éléments algébriques) et démontre le théorème de l'élément primitif1.

Avec la naissance de l'étude des nombres algébriques, motivée par des problèmes de nature arithmétique, il est devenu nécessaire de préciser explicitement la structure de corps, en parallèle avec les notions d'entier algébrique, et d'anneau. C'est dans ce contexte que la structure de corps est introduite indépendamment (et de façons assez différentes) par Richard Dedekind et Leopold Kronecker2. Le vocabulaire actuel vient de Dedekind, qui définit un corps (Körper en allemand, c'est la raison pour laquelle un corps quelconque est souvent nommé K) comme un sous-ensemble de nombres réels ou complexes stable par addition, soustraction, multiplication et division.

Par ailleurs, Gauss avait étudié les congruences sur les entiers dans ses Disquisitiones arithmeticae, parues en 1801, et étudié en détail le cas premier, ce qui revient implicitement à l'étude des corps finis premiers. En 1830, s'inspirant de Gauss, Galois avait étendu cette étude aux corps finis quelconques, les éléments de ceux-ci étant vus comme des expressions polynomiales finies traitées comme des nombres (le calcul se faisant modulo un polynôme irréductible). E. H. Moore montre en 1893 qu'un corps commutatif fini, qu'il voit comme un ensemble de symboles de cardinal fini s, muni des quatre opérations « sujettes aux identités ordinaires de l'algèbre abstraite » peut se définir à la façon de Galois.

La même année, Heinrich Weber donne la première véritable axiomatisation des corps (commutatifs), dans un article dont le but est de donner une présentation générale de la théorie de Galois. L'axiomatisation des théories mathématiques en est encore à ses balbutiements et Weber oublie (mais bien sûr utilise) l'associativité de la multiplication.

En 1910, Ernst Steinitz établit la théorie axiomatique des corps, dans un mémoire fondateur de l'algèbre moderne.

Définition et exemples :

Un corps commutatif est un ensemble K muni de deux lois internes notées en général + et × vérifiant les conditions suivantes :

- (K, +) forme un groupe abélien (on dit aussi : groupe commutatif), dont l'élément neutre est noté 0 ;
- (K\{0}, ×) forme un groupe abélien, dont l'élément neutre est 1 ;

- la multiplication est distributive par rapport à l'addition (à gauche comme à droite) c'est-à-dire que
$\forall (a, b, c) \in K^3\ a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ et $(b + c) \times a = b \times a + c \times a$.

On parle alors du corps commutatif (K, +, ×).

Exemples de corps commutatifs :

- l'ensemble (ℚ,+,×) des nombres rationnels ;
- l'ensemble (ℝ, +, ×) des nombres réels ;
- l'ensemble (ℂ, +, ×) des complexes ;
- l'ensemble (ℤ/pℤ, +, ×) des entiers modulo un nombre premier p.

Un sous-corps d'un corps commutatif K est une partie L de K, stable par + et ×, telle que L munie des lois induites soit un corps.

Caractéristique et corps premier

Article détaillé : Caractéristique d'un anneau.

Soit 1K l'unité du corps K. S'il existe un entier naturel n non nul tel que n•1K = 1K + 1K + … + 1K (additionné n fois) est nul, on appelle caractéristique du corps K le plus petit entier positif non nul vérifiant cette propriété. S'il n'existe pas d'entier non nul vérifiant cette propriété, on dit que le corps K est de caractéristique nulle.

Par exemple, le corps ℝ est de caractéristique nulle alors que le corps ℤ/pℤ est de caractéristique p. Si elle est non nulle, la caractéristique d'un corps est nécessairement un nombre premier. En effet si tel n'était pas le cas une factorisation de ce nombre fournirait des diviseurs non nuls de 0, or un corps est un anneau intègre.

Un corps est dit premier s'il n'a pas de sous-corps autre que lui-même. Un corps premier infini est isomorphe au corps ℚ des nombres rationnels. Un corps premier fini est isomorphe au corps ℤ/pℤ pour un certain nombre premier p.

Plus généralement, tout corps K contient un corps premier, qui est le plus petit de ses sous-corps, et que l'on appelle corps premier de K, ou sous-corps premier de K. Le sous-corps premier de K contient nécessairement 1K, donc ses multiples entiers ℤ•1K. Si la caractéristique est nulle c'est donc un corps isomorphe à ℚ (le corps des fractions de ℤ) ; si la caractéristique est un nombre premier p, c'est un corps isomorphe à ℤ/pℤ, et on identifie habituellement ce sous-corps premier soit à ℚ soit à ℤ/pℤ.

Corps finis : article détaillé :

Ce sont les corps dont le nombre d'éléments est fini. Le théorème de Wedderburn montre qu'ils sont nécessairement commutatifs. On démontre aussi que le nombre d'éléments d'un tel corps est toujours une puissance d'un nombre premier. Il est en fait possible de dresser la liste de tous les corps finis, à isomorphisme près.

Le plus petit corps fini est celui des booléens, dont voici les **tables** d'addition (correspondant au « ou exclusif ») et de multiplication (correspondant au « et ») :

Addition :

+	**0**	**1**
0	0	1
1	1	0

Multiplication :

x	**0**	**1**
0	0	0
1	0	1

Les exemples les plus élémentaires de corps finis sont les corps de congruences modulo un nombre premier comme dans le cas ci-dessus, mais il en existe une infinité d'autres : à isomorphisme près, un par puissance de nombre premier.

Corps et anneau :

L'ensemble (ℤ, +, ×) n'est pas un corps car la plupart des éléments non nuls de ℤ ne sont pas inversibles : par exemple, il n'existe pas d'entier relatif n tel que 2n = 1 donc 2 n'est pas inversible.

Un anneau commutatif est un ensemble A qui, comme ℤ, est muni de deux lois + et × vérifiant les axiomes suivants :

- (A, +) forme un groupe abélien dont l'élément neutre est noté 0 ;
- (A\{0}, ×) forme un monoïde commutatif ;
- la multiplication est distributive par rapport à l'addition (à gauche comme à droite).

Un anneau commutatif A est intègre s'il vérifie : !

$\forall (a , b) \in A 2 , a b = 0 \Rightarrow (a = 0 \text{ ou } b = 0)$.

Tout corps commutatif est un anneau intègre et tout anneau intègre fini est un corps. Le théorème suivant règle le cas des anneaux infinis :

si un anneau commutatif A est intègre, on peut le plonger dans son corps des fractions, qui est le plus petit corps contenant l'anneau.

Article détaillé : Corps des fractions.

Exemple : ℚ est le corps des fractions de ℤ.

Un anneau commutatif A est un corps si et seulement s'il est simple, c.-à-d. non nul et sans idéaux non triviaux.

Un anneau commutatif non nul A est un corps si et seulement si tout A-module est libre.

Corps et espace vectoriel

Article détaillé : Espace vectoriel.

Partant du corps ℝ, il est naturel de s'intéresser à ℝn, ensemble des n-uplets de réels. On est amené à le munir d'une addition et d'une multiplication par un réel. La structure ainsi définie (une addition interne munissant l'ensemble d'une structure de groupe et une multiplication externe possédant des propriétés de distributivité et d'associativité) est appelée espace vectoriel sur ℝ. Il est alors naturel de définir ce que pourrait être un espace vectoriel sur un corps commutatif K quelconque.

Corps et équation algébrique

L'étude des polynômes à coefficients dans un corps commutatif et la recherche de leurs racines ont développé considérablement la notion de corps. Si f est un polynôme de degré n sur un corps commutatif K, l'équation f (x) = 0 est une équation algébrique dans K. Si, de plus, f est un polynôme irréductible, l'équation est dite irréductible. Lorsque n ≥ 2, trouver les solutions d'une telle équation demande de se placer dans un corps plus grand que K, une extension de corps.

Par exemple, l'équation x2 – 2 = 0 est irréductible dans $\mathbb{Q}$ mais possède des racines dans $\mathbb{R}$ ou mieux dans $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$. L'équation x2 + 1 = 0 ne possède pas de solution dans $\mathbb{R}$ mais en possède dans $\mathbb{C}$ ou mieux dans $\mathbb{Q}[i]$.

Un corps de rupture d'un polynôme est, par exemple, un corps minimal contenant K et une racine de f.

Le corps de décomposition de f est le plus petit corps contenant K ainsi que toutes les racines de f.

L'étude des corps de décomposition d'un polynôme et du groupe de permutations de ses racines forme la branche des mathématiques que l'on appelle la théorie de Galois.

Articles détaillés : Extension de corps, Extension algébrique et Théorie de Galois.

Propriétés

- Soit (K,+,×) un corps commutatif. Alors tout polynôme de degré n≥0 admet au plus n zéros (ou racines) dans K.
- Soit (K,+,×) un corps commutatif. Alors tout sous-groupe fini de (K*,×) est un groupe cyclique.

Démonstration

Ces résultats restent vrais si l'on remplace le corps par un anneau commutatif intègre quelconque (comme on peut voir en plongeant un tel anneau dans son corps des fractions).

En mathématiques, un corps gauche ou anneau à division (parfois simplement appelé corps, voir plus bas) est une des structures algébriques utilisées en algèbre générale. C'est un ensemble muni de deux opérations binaires rendant possibles certains types d'additions, de soustractions, de multiplications et de divisions. Plus précisément, un corps gauche est un anneau dans lequel l'ensemble des éléments non nuls est un groupe pour la multiplication.

Un corps gauche dont la multiplication est commutative est appelé « corps commutatif ». Certains auteurs (dont Bourbaki) appellent simplement « corps » un corps gauche, tandis que d'autres réservent cette dénomination aux corps commutatifs.

Définition

Un corps gauche est un anneau (unitaire) non nul dans lequel tout élément non nul a un inverse. Dit autrement, c'est un anneau dans lequel les éléments non nuls forment un groupe pour la multiplication.

Exemples

- Tout corps commutatif est un corps gauche.
- L'exemple le plus célèbre de corps gauche non commutatif est celui des **quaternions**, découvert par William Rowan Hamilton en 1843.
- Soit σ : C → C un automorphisme de corps. Soit C ((z , σ)) l'anneau des séries de Laurent formelles à coefficients complexes avec la loi multiplicative définie de la façon suivante : au lieu de simplement autoriser les coefficients à commuter avec l'indéterminée z , pour α ∈ C , on pose z i α := σ i (α) z i pour i ∈ Z . Si σ est un automorphisme non trivial du corps des complexes (par exemple la conjugaison), alors l'anneau des séries de Laurent formelles correspondant est un corps gauche non commutatif.

Résultats

- Un théorème de Wedderburn assure que tout corps gauche fini est commutatif.
- Étant donné un module simple sur un anneau (unitaire) R, l'anneau des endomorphismes de ce module est un corps gauche, a priori non commutatif même si R l'est. C'est une des nombreuses formes du lemme de Schur[1].
- Le centre d'un corps gauche K est par définition l'ensemble Z(K) = {x ∈ K | ∀y ∈ K, xy = yx}. C'est un corps commutatif. De ce fait, un corps gauche est naturellement muni d'une structure d'algèbre associative sur un corps commutatif ; c'est un cas particulier d'algèbre à division. Lorsque la dimension de K sur son centre est finie, on montre qu'elle est un carré.