

Pistes fractaquantiques □

François Dubois *

fdubois@cnam.fr

Résumé

L'hypothèse fractaquantique exprime que les propriétés de la mécanique quantique, bien établies aux petites échelles spatiales de la nature restent valables pour tous les « atomes », c'est-à-dire tous les éléments insécables dont les propriétés qualitatives changent si on les divise en deux, ce quelle que soit leur taille. Nous évoquons dans cet article quelques axes de recherche afin d'approfondir les différentes facettes de cette hypothèse. Nous rappelons successivement comment identifier les fermions et les bosons de l'approche quantique, insistons sur les difficultés liées à la multiplicité des échelles spatiales et en particulier la « réduction du paquet d'ondes », mettons en évidence l'importance de penser la réalité du monde en des termes non kantien, rappelons en quoi l'hypothèse fractaquantique s'oppose à toute une série de présupposés considérés comme « évidents » et proposons un modèle mathématique pour la non localité quantique. Avec l'aide de la théorie des graphes et en particulier l'idée que l'« intelligence est dans les boucles », nous pouvons représenter une structure par un graphe à plusieurs échelles, ce qui nous permet d'émettre une hypothèse concernant la *gouvernance*.

Fractaquantum tracks

Abstract

Fractaquantum hypothesis express that the properties of quantum mechanics, well established for small scales of space, remain valid for all « atoms », *id est* all the insecable components whose qualitative properties change if they are divided into two parts, whatever their size. We consider in this article a research program in order to go deeper the various facets of this hypothesis. We recall successively how to identify fermions and bosons of the quantum approach, insist on the difficulties related to the multiplicity of space scales and in particular the « reduction of the wave packet », put in evidence the importance to think the reality of the world with non-kantian notions, recall in what the fractaquantum hypothesis clash with a family of prerequisites considered as « obvious » and propose a mathematical model for the quantum nonlocality. With the help of graph theory and in particular the idea that « intelligence is in the loops », we can represent a structure as a multiscale graph, that allow us to propose an hypothesis concerning *governance*.

□ Présenté le 6 juin 2004 au Moulin d'Andé lors de la réunion annuelle de l'Afscet. Publié dans *Res-Systemica*, volume 4, numéro 2, décembre 2004. Edition du 21 août 2005.

* Professeur des Universités (mathématiques appliquées) au Conservatoire National des Arts et Métiers (Paris), membre du « quintette » de l'Afscet-café.

Plan

| | |
|------------------------------------------------------|----|
| Fermions et bosons | 2 |
| Echelles multiples | 5 |
| D'Einstein à Aspect | 6 |
| Les sens nous trompent | 8 |
| Un espace-temps non kantien. | 9 |
| Un espace-temps-relation fortement non kantien. | 11 |
| Interlude fractal | 13 |
| Graphes | 14 |
| L'intelligence est dans les boucles ! | 15 |
| Graphes multi-échelles | 16 |
| Altérité et indiscernabilité | 17 |
| Vers une sociologie quantique ? | 19 |
| En guise de conclusion | 21 |
| Remerciements | 21 |
| Références | 21 |

Fermions et bosons

Une première difficulté concerne la maîtrise intellectuelle des diverses facettes de la théorie quantique. Si « tout le monde » a entendu parler de l'équation de Schrödinger, l'interprétation de ses résultats en termes de matière (fermion) et de relation (boson) demande un investissement intellectuel considérable. Nous voulons en donner un petit aperçu dans le paragraphe qui suit. Rappelons que l'équation de Schrödinger¹ décrit l'évolution au cours du temps d'une « fonction d'onde » ψ à valeurs complexes² proposée initialement par Louis de Broglie en 1923. Dans cette approche mathématique très formelle mais en un sens presque dogmatique, la matière « classique » apparaît *via* une « probabilité de présence » en considérant le carré du module $|\psi|^2$ de ladite fonction d'onde³. Dans ce modèle mathématique, l'interaction est représentée par le

¹ L'équation de Schrödinger décrit l'évolution dynamique au cours du temps t de la fonction d'onde $\psi(t)$. Elle s'écrit à l'aide de l'« imaginaire pure » i , de la constante de Planck « réduite » \hbar , de l'opérateur de dérivation temporelle $\frac{\partial}{\partial t}$ et du « hamiltonien » H :

$$(1) \quad i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \psi(t).$$

² La fonction $t \mapsto \psi(t)$ prend en fait ses valeurs dans un espace de Hilbert V ($\psi(t) \in V$) qui est lui même un ensemble de fonctions « de l'espace » à valeurs dans le corps des nombres complexes. Nous envoyons le lecteur au traité classique de Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë (1977).

³ Pour un modèle décrivant **une** seule « particule élémentaire », la probabilité dP de l'observer avec la position x et une incertitude dx sur cette mesure vaut simplement

$$(2) \quad dP = |\psi|^2 dx.$$

« hamiltonien »⁴ qui est construit d'une part à partir des lois classiques de la mécanique et de l'électromagnétisme et d'autre part à l'aide de règles empiriques de quantification. Cet arsenal formel donne un cadre opératoire pour décrire la physique de l'atome, de son noyau, de ses assemblages moléculaires, c'est-à-dire l'ensemble de la physique atomique, de la physique nucléaire et de la chimie.

Toutefois, la compréhension d'effets électromagnétiques fins et « hyperfins » a demandé d'aller au-delà de cette approche, dite depuis de « première quantification », avec la création de la « seconde quantification » et de l'électrodynamique quantique. Ce travail a été mené dans les années 1945-1950 par Richard Feynman. Les outils opératoires mis en place dépassent très largement les compétences de l'auteur de cet article et nous renvoyons à l'ouvrage pédagogique de Pierre Ramond (1981) ou au traité de Claude Itzykson et Jean-Bernard Zuber (1980). En quelques mots toutefois, Feynman a inventé une « intégrale de chemin » et une méthode de renormalisation pour éliminer les termes infinis qui apparaissent dans les calculs de l'interaction entre la matière et le champ quantique. Cette approche introduit des termes correctifs de masse qui prennent en compte l'interaction de la matière avec le champ.

La renormalisation reste encore actuellement mal comprise du point de vue mathématique, et Feynman en témoigne lui-même dans sa conférence de réception du prix Nobel en 1965 soit vingt ans après sa découverte⁵ : « le processus de renormalisation pouvait être effectué... Je n'arrivai pas à le démontrer, mais, de fait, ça marche. Il est heureux que je n'aie pas attendu d'avoir réglé ce point [pour publier mon papier] car pour autant que je sache, personne n'a réussi. » Pour les derniers développements concernant l'étude mathématique de la méthode de renormalisation presque quarante ans après le propos de Feynmann rappelé ci-dessus, nous renvoyons le lecteur aux travaux d'Alain Connes et Dirk Kreimer (1998).

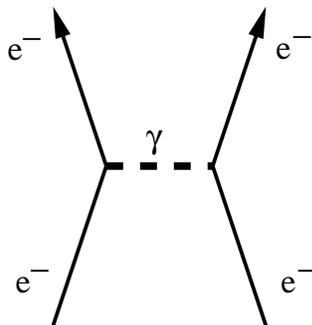


Figure 1. *Interaction électromagnétique entre deux électrons, représentée par un diagramme de Feynman (d'après Cohen-Tannoudji et Spiro (1984)).*

⁴ Le hamiltonien H introduit à la relation (1) est un opérateur (non borné !) défini sur l'espace de Hilbert V et qui agit sur les fonctions d'ondes. On le note (symboliquement)

(3) $V \ni \psi \longmapsto H\psi \in V.$

⁵ Nous renvoyons le lecteur à la page 272 de son livre *La Nature de la physique* (1980).

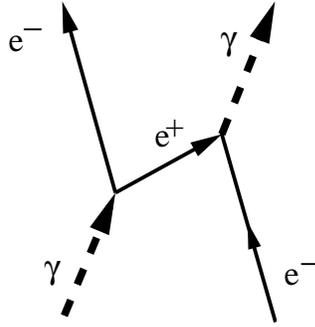


Figure 2. *Création et annihilation d'une paire électron-positron (d'après Feynman, lors de sa Conférence Nobel).*

La popularisation du travail de Feynman s'est effectuée à l'aide des « diagrammes de Feynman » où les « particules élémentaires » (électron, positron, proton, etc.) et les « interactions » (photons) sont représentées par des graphes (voir la figure 1). L'interaction entre deux éléments de matière (deux électrons typiquement en électrodynamique quantique) est représentée par une succession d'interactions où la matière échange, se transfère une interaction (photon) représentée par des traits pointillés. On a aussi pris l'habitude (voir la figure 2) de rendre compte de termes de perturbations plus complexes (où de la matière peut être créée puis annihilée) de la théorie quantique des champs à l'aide de diagrammes de Feynman qui véhiculent une imagerie intuitive très forte.

Un « objet élémentaire »⁶ de matière, un « atome »⁷ « émet » une interaction, lance un message, lequel est ensuite reçu par un autre élément de matière, un autre « atome ». Il est donc important de se convaincre que du point de vue quantique, une structure aussi simple que l'atome d'hydrogène résulte d'une interaction continuelle (d'un « bavardage ») entre les éléments matériels, et cette interaction crée un « spectre d'énergie »⁸. Le spectre d'énergie est observable expérimentalement (c'est l'un des postulats de la mécanique quantique) *via* les transitions continues qu'effectue la matière

⁶ Nous avons utilisé cette expression d'« objet élémentaire » dans notre première présentation (2002) de l'hypothèse fractaquantique au congrès de science des systèmes à Heraklion en Crète.

⁷ Il faut entendre ici le mot « atome » non dans l'approche de la physique du vingtième siècle issue du tableau de Mendeleiev ou de l'approche de Bohr enrichie des développements de la mécanique quantique, mais dans son sens historique classique des Grecs, comme « partie insécable » de la nature, suivant en cela le travail de Jean Salem (1997). Dans la suite, le vocable « atome » doit être compris comme « objet élémentaire » de la nature (voir la Note 6), alors que l'atome (sans guillemets !) reste la structure de la matière caractérisée par un nucléon et un nuage d'électrons dans son voisinage.

⁸ Le *spectre d'énergie* d'une structure élémentaire décrite par un hamiltonien H comme aux relations (1) et (3) est défini par l'ensemble des *valeurs propres* E_k de

(l'électron dans la théorie de l'atome d'hydrogène pour fixer les idées) entre les différents niveaux quantiques. Nous retenons qu'une configuration naturelle « équilibrée », **stable** dans le temps, résulte d'un **échange continuels d'information** entre ses constituants.

Echelles multiples

Ayant acquis que le modèle quantique du monde est constitué d'éléments matériels « permanents » et d'interactions « fugaces », ce qui est au demeurant un point de vue valable uniquement aux « basses énergies », le problème de l'échelle spatiale se pose. En effet, la physique quantique est née des expériences humaines d'observation du monde à l'échelle de l'atome, soit le nanomètre, c'est-à-dire la millionième partie du millimètre. Celle-ci s'effectue *via* un appareil de mesure, typiquement au moyen de l'interaction d'une onde lumineuse avec un dispositif expérimental et le résultat est souvent « matérialisé » par une courbe sur un écran cathodique ou une image électronique qui « représente » l'atome microscopique⁹.

Insistons ici sur la remarque fondamentale de l'approche quantique : **l'opération de mesure perturbe l'état de l'objet mesuré**. Si on cherche une information concernant un « objet élémentaire » de la nature, un « atome », alors nécessairement on le modifie, et ce de manière violente, au moins dans le cadre d'une échelle de mesure quantique donnée par les différents niveaux d'énergie du spectre du hamiltonien. L'observation perturbe la mesure, ce qui limite l'idée d'un monde « en soi » indépendant de l'observateur. Cette interrogation sur le sens à donner au mot « réel » est développée depuis de nombreuses années par Bernard d'Espagnat (voir par exemple *A la recherche du réel, le regard d'un physicien* (1979), sans oublier le travail fécond de son contradicteur Michel Bitbol (1996)).

Nous voulons insister ici sur l'aspect **multi-échelles** de la mesure effectuée en laboratoire pour la microphysique. Elle se formalise par la « réduction du paquet d'ondes » qui est décrite mathématiquement comme une projection¹⁰ sur l'état mesuré. La théorie quantique propose donc **deux** approches pour décrire l'évolution dans le temps de la

l'opérateur H . Les valeurs propres E_k sont des nombres (réels) pour lesquels il existe un *vecteur propre* φ_k appartenant à l'espace de Hilbert V ($\varphi_k \in V, \varphi_k \neq 0$) tel qu'on a la relation suivante :

$$(4) \quad H \varphi_k = E_k \varphi_k .$$

⁹ Pour un récit lyrique de la rencontre d'Isabelle Stengers avec l'atome de mercure « capturé » par le dispositif de Hans Christian Von Baeyer (1993), nous renvoyons le lecteur à la page 64 de son essai *Cosmopolitiques* (1997).

¹⁰ Lors d'une mesure, le système quantique n'évolue plus de façon régulière en suivant l'équation de Schrödinger (1), puisqu'il se produit une interaction avec le dispositif expérimental, l'appareil de mesure qui fournit une mesure E_k . D'une part, la valeur E_k est nécessairement une **valeur propre** de l'opérateur hamiltonien (voir la Note 8). D'autre part, la réduction du paquet d'ondes suppose qu'à l'issue de la mesure, l'état quantique ψ a été « projeté » sur le vecteur propre φ_k correspondant :

fonction d'onde : l'évolution régulière réversible, interaction à la micro-échelle traitée par l'équation de Schrödinger et l'évolution brutale d'interaction entre échelles due à l'opération de mesure. Cette dualité est une approche phénoménologique pour exprimer qu'il est impossible de « regarder ce qui se passe à l'intérieur du processus de mesure » où un atome microscopique décrit par un modèle mathématique précis entre en interaction avec un environnement complexe non représenté par le modèle.

D'Einstein à Aspect

La question de la réduction du paquet d'ondes est bien entendu un point très faible de la théorie quantique. Les physiciens en ont bien conscience et ils ont imaginé de nombreux modèles pour passer d'une vision pragmatique non fondée du point de vue esthétique, mais comme le dit magnifiquement Feynman, « qui marche », à une approche plus conceptuelle. Il y a d'abord la critique d'Einstein, Podolsky et Rosen (1935) de ce formalisme, avec une « Gedanken Experiment » qui met en lumière les effets **non locaux a priori** instantanés lors de la mesure, *i.e.* lors de la réduction du paquet d'ondes. Sans négliger ici la réponse de Niels Bohr (1935), les physiciens ont essayé de construire des modèles à « variables cachées ».

Dans cette quête, David Bohm (1950) aura consacré une grande énergie et son travail qui est maintenant bien reconnu puisqu'on parle de l'expérience « EPRB », associant le nom de Bohm à ceux d'Einstein, Podolsky et Rosen. Il y a aussi la tentative de Hugh Everett (1957), qui avec la formulation de « l'état relatif » de la mécanique quantique, propose l'existence d'une infinité de réalités distinctes et d'univers parallèles. La connaissance du réel commence donc à demander de solides fondations en termes d'imaginaire ! Notons que ce programme de travail a été parfaitement prévu par Bohr : « Il nous faut apprendre la signification du mot *réalité*. »¹¹ Plus récemment, James Hartle et Stephen Hawking (1983) ont repoussé le problème de la réduction du paquet d'ondes en introduisant « la fonction d'onde de l'Univers ». Autant de pistes à approfondir pour de futurs travaux. . .

Si nous revenons à des idées ayant effectivement conduit à la confrontation avec l'expérience, une étape incontournable a été franchie par John Bell (1966), magnifiquement présentée par d'Espagnat (1979) ; les « inégalités de Bell » permettent de mettre l'interprétation de Copenhague de la théorie quantique à l'épreuve des faits. Le travail expérimental a été ensuite mené avec le grand succès que l'on sait par Alain Aspect et ses collaborateurs (1982). Il donne raison sans conteste à la mécanique quantique. L'expérience d'Aspect est à nos yeux révolutionnaire et on notera qu'elle n'est **pas** présentée ni citée par l'école américaine, comme en témoigne par exemple l'ouvrage de Murray Gell-Mann (1994) qui, page 196, se contente d'écrire : « Après la publication du travail de Bell, plusieurs équipes d'expérimentateurs ont entrepris de réaliser l'expérience

(5) $\psi_{\text{après la mesure}} = \varphi_k$ si le résultat de la mesure était E_k .

On a donc une **évolution brutale** de la fonction d'onde ψ due à l'interaction des échelles microscopique et macroscopique.

¹¹ Cette phrase de Niels Bohr est citée page 116 du livre de Roland Omnès (2001).

EPRB. Le résultat était attendu avec impatience, quoique presque tous les physiciens misaient sur la justesse de la mécanique quantique, laquelle en ressortit *de fait*¹² confirmée. On aurait pu s'attendre que les gens intéressés de par le monde poussent un soupir de soulagement à la nouvelle, et puis, que la vie reprenne son cours. Au lieu de cela, commença de déferler une vague de reportages alléguant la démonstration d'étranges et inquiétantes propriétés de la part de la mécanique quantique. Bien entendu, c'était toujours cette bonne vieille mécanique quantique. Rien de neuf, sinon sa confirmation et la vague déferlante de calembredaines qui s'en est suivie. >

Si l'on suit au contraire la page de présentation des travaux d'Alain Aspect sur le site internet de l'Académie des Sciences, on y lit par contre : « Alain Aspect a mis en évidence la non séparabilité de la mécanique quantique, en démontrant la violation des inégalités de Bell pour une paire de photons intriqués, par trois expériences se rapprochant de plus en plus de l'expérience de pensée d'Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm. Il a utilisé ensuite la source de paires de photons corrélés qu'il avait mise au point pour réaliser, avec Philippe Grangier, des expériences sur les propriétés quantiques de la lumière, en particulier sur les états à un seul photon où la dualité onde-particule est mise en évidence de façon frappante. >

Les travaux d'Aspect conduisent vingt ans après à des applications industrielles potentielles avec la **cryptographie quantique**. On utilise la non commutativité des opérateurs lors de la mesure de polarisations croisées ou l'effet EPRB pour engendrer une chaîne de nombres binaires (de la forme « 0 » ou « 1 ») connus seulement de l'émetteur et du récepteur (transfert d'une clef privée). Quiconque tente d'intercepter le message décorrèle les photons et la tentative de viol est immédiatement connue. Les auteurs reconnus pour cette invention sont Charles Bennett et Gilles Brassard (1983) (1992), ainsi que Artur Ekert (1991). En octobre 2003, un système de cryptographie quantique était testé avec des fibres optiques usuelles sur une distance de soixante sept kilomètres entre Genève et Lausanne. A suivre !

Si ces expériences comportant un petit nombre de « quantons »¹³ de matière et/ou de relation montrent que les états où des éléments de matière ou de lumière qu'on suppose être distincts (dans l'espace et le temps) sont effectivement corrélés, « intriqués »¹⁴, une question naturelle est de savoir pourquoi cet effet disparaît à grande échelle, pourquoi ces corrélations qui donnent tout son sel à l'expérience des fentes d'Young où l'électron

¹² C'est moi qui souligne.

¹³ Nous repenons ce mot du livre de Jean-Marc Lévy-Leblond et Françoise Balibar (1984).

¹⁴ Le mot d'« intrication » est au cœur de la complexité de l'interprétation quantique de l'onde et de la particule. Il s'agit d'une configuration typique où la fonction d'« onde » ψ peut s'observer, se « matérialiser » sous la forme non pas d'« une » particule élémentaire, mais de deux ou plus.

« passe effectivement par les deux trous » (!) ne sont plus présentes à l'échelle macroscopique, pourquoi la « décohérence » apparaît pour le monde à notre échelle lorsqu'on observe le monde de la microphysique sans qu'il possède de **structure** particulière. Une expérience qui met en évidence cette décorrélation a été réalisée par Serge Haroche et ses collaborateurs en 1996.

Nous voulons ici faire une remarque importante. La mécanique quantique, avec son approche à la fois très mathématique et très pragmatique, est difficile à apprendre et à maîtriser. Avant tout, elle est d'une efficacité redoutable qui **force** l'acceptation devant l'évidence expérimentale. Mais l'interprétation de l'expérience peut remettre en cause l'idée-même d'espace, et ne peut plus être interprétée simplement en termes conceptuels connus. Le **fait** est là ; il est établi, mais il montre un vide conceptuel. D'où une angoisse, un non-dit (comme dans le livre de Gell Mann !) au sein de la communauté des « gens qui savent ». Autant regarder à côté, du côté des super-théories ne pouvant quasiment jamais donner lieu à une confrontation expérimentale (je ne les citerai pas !) plutôt que de réfléchir aux contradictions conceptuelles qui sont « devant nos yeux ». L'interprétation traditionnelle de l'expérience « EPRB » nous indique qu'il n'y a pas de transmission d'énergie entre les deux photons « intriqués » et qu'on observe une « non séparabilité » qu'il est difficile de ne pas interpréter comme une « propagation instantanée d'information » entre deux points de l'espace... Pour cacher cette angoisse, on se raccroche à un *a priori* comme par exemple : « à notre échelle, le monde redevient classique », ainsi que le suppose implicitement le texte d'introduction à l'article de Serge Haroche, Jean-Michel Raimond et Michel Brune (1996) sur la mise en évidence de la décohérence. Nous pouvons en effet lire sur le site internet du CNRS : « Cette expérience nous aide à comprendre pourquoi les aspects les moins intuitifs de la mécanique quantique ne se manifestent pas à notre échelle. » Et on le démontre expérimentalement ! Ouf !

Les sens nous trompent

C'est ici que l'hypothèse fractaquantique intervient. Elle consiste à changer de point de vue, ne pas imaginer que le monde à notre échelle macroscopique « redevient classique » et supposer au contraire l'universalité de l'approche quantique bien que faite de bric et de broc. Surtout admettre sa puissance de prédiction expérimentale, même si les résultats expérimentaux sont parfois déroutants. Imaginer enfin que le monde est fondamentalement **simple**, c'est à dire pour nous fractal, soit en termes clairs, analogue à lui-même à toutes les échelles spatiales. Notons qu'on doit faire face à une importante contradiction entre l'indiscernabilité quantique et l'altérité macroscopique, comme nous l'avons constaté dans notre première approche (2002) ; nous y reviendrons.

La sagesse ici et maintenant, consiste pour nous à revenir à Descartes qui, dans la première des *Méditations métaphysiques*¹⁵, nous relate que : « Tout ce que j'ai reçu jusqu'à présent pour le plus vrai et assuré, je l'ai appris des sens, ou par les sens :

¹⁵ René Descartes, *Méditations métaphysiques*, page 59 de l'édition Garnier-Flammarion (1979).

or j'ai quelquefois éprouvé que ces sens étaient trompeurs, et il est de la prudence de ne se fier jamais entièrement à ceux qui nous ont une fois trompés. » Et dans les « Sixièmes réponses aux objections »¹⁶, Descartes fait explicitement référence aux illusions d'optique : « Quand donc on dit *qu'un bâton paraît rompu dans l'eau, à cause de la réfraction*, c'est de même que si l'on disait qu'il nous paraît d'une telle façon qu'un enfant jugerait de là qu'il est rompu, et qui fait aussi que, selon les préjugés auxquels nous sommes accoutumés dès notre enfance, nous jugeons la même chose. Mais je ne puis demeurer d'accord de ce que l'on ajoute ensuite, à savoir que *cette erreur n'est point corrigée par l'entendement, mais par le sens de l'attouchement* : car bien que ce sens nous fasse de juger à laquelle nous sommes accoutumés dès notre enfance, et qui par conséquent peut être appelé *sentiment*, néanmoins cela ne suffit pas pour corriger l'erreur de la vue, mais outre cela il est besoin que nous ayons quelque raison, qui nous enseigne que nous devons en cette rencontre nous fier plutôt au jugement que nous faisons ensuite à l'attouchement, qu'à celui où semble nous porter le sens de la vue ; laquelle raison n'ayant point été en nous dès notre enfance, ne peut être dans cet exemple même, c'est l'entendement seul qui corrige l'erreur du sens, et il est impossible d'en apporter aucun jamais, dans lequel l'erreur vienne pour s'être plus fié à l'opération de l'esprit qu'à la perception des sens. » Rappelons que son œuvre « La Dioptrique » est l'un des « essais » de la « Méthode »¹⁷.

Un espace-temps non kantien.

Nous avons approfondi dans les paragraphes précédents certains des aspects les plus troublants de la mécanique quantique et de la non-localité qu'elle contient dans son formalisme et dans ses résultats expérimentaux. Elle induit une recherche nouvelle de la notion de « réalité ». Mais surtout, elle remet en cause la conception classique de Kant d'un espace et d'un temps indépendants de l'observateur, au sein duquel on peut « poser » la matière. Ainsi, Albert Einstein¹⁸ nous fait observer : « Avant de traiter le problème de l'espace, je voudrais faire une observation sur les concepts en général : ils concernent les expériences des sens mais ne peuvent jamais en être déduits logiquement. Pour cette évidence, je n'ai jamais pu accepter la position kantienne de *l'a priori*. »

On sait que cette conception kantienne avait été fort malmenée avec la relativité restreinte (Einstein, 1905). En effet, cette théorie introduit le « temps propre de l'observateur en mouvement »¹⁹ et l'« écoulement du temps » n'est plus un absolu de l'univers

¹⁶ *Ibid*, chapitre 9, pages 456-457.

¹⁷ René Descartes, *Le discours de la méthode*, 1637 ; voir « La Dioptrique » aux pages 147 à 309 de l'édition « Folio-essais » (1997).

¹⁸ Albert Einstein, *Comment je vois le monde* (1979), page 147.

¹⁹ Pour un observateur se déplaçant d'une (petite) distance dx durant un (petit) intervalle de temps dt , ce temps propre $d\theta$ est calculé en fonction de dx , dt et de la célérité c de la lumière à l'aide de la relation

$$(6) \quad d\theta^2 = dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}.$$

indépendant de l'observateur, ce qui donne lieu par exemple au fameux paradoxe du voyageur de Langevin. De plus, la vitesse de la lumière a toujours la même valeur dans le vide quel que soit l'émetteur et le récepteur du rayon lumineux. En un certain sens, la conception unifiée de l'électromagnétisme (Maxwell, 1860) est plus « forte » que la loi d'addition vectorielle des vitesses dans le « groupe de Galilée ».

A cette première brèche, il faut en ajouter une seconde, avec la théorie relativiste de la gravitation (relativité dite « générale » d'Einstein, 1915). La matière maintenant « courbe » l'espace-temps et sa courbure est directement fonction de la présence de matière²⁰. L'espace-temps n'est plus « plat » comme le propose la géométrie d'Euclide, mais suit de nouvelles géométries « non euclidiennes » comme celle de Lobatchevski (1829) ou de Riemann (1857). Cette théorie prédit par exemple certaines perturbations non comprises dans la mécanique de Newton, Lagrange et Hamilton, comme l'avance anormale du périhélie de la planète Mercure ou la déviation d'un rayon lumineux au voisinage de la masse importante du soleil (Eddington, éclipse du 29 mai 1919). Elle permet aussi de donner un sens à des modèles globaux de l'univers (Georges Lemaître, 1927) donc à une approche scientifique renouvelée de la cosmologie.

La relativité généralisée d'Einstein constitue une somme remarquable de connaissances et montre une cohérence profonde entre les observations et la puissance d'analyse de l'esprit humain. « Les concepts mathématiques utilisables peuvent être suggérés par l'expérience, mais jamais, en aucun cas, déduits. L'expérience s'impose, naturellement, comme unique critère d'utilisation d'une construction mathématique pour la physique. Mais le principe fondamentalement créateur se trouve dans la mathématique. Par conséquent, en un certain sens, j'estime vrai et possible pour la pensée pure d'appréhender la réalité, comme le révéraient les Anciens²¹. » Toutefois, cette théorie relativiste de

Pour un enrichissement systémique de la notion de temps propre, nous renvoyons le lecteur aux travaux de Robert Vallée (1995).

²⁰ Les équations de la théorie relativiste de la gravitation ne sont pas élémentaires à écrire. Elles demandent un investissement lourd en géométrie différentielle et en calcul tensoriel. Dans ce modèle, l'espace-temps \mathcal{M} est supposé être une *variété quadridimensionnelle* munie d'une *métrique* g_{ij} qui constitue en un certain sens une généralisation appropriée de la relation (6). On introduit ensuite le *tenseur de courbure* R_i^j et la *courbure scalaire* R qui est une quantité facilement issue des tenseurs g_{ij} et R_i^j . On passe ici sur le tenseur de Kroneker δ_i^j qu'on peut voir comme une généralisation du nombre « 1 ». Il importe ensuite de synthétiser l'ensemble de la relativité « restreinte » avec l'introduction du *tenseur d'impulsion-énergie* T_i^j . L'équation fondamentale de la gravitation, telle que nous avons consultée page 239 du livre d'Hermann Weyl (1952), prend alors la forme

$$(7) \quad R_i^j - \frac{1}{2}\delta_i^j R = T_i^j, \quad 1 \leq i, j \leq 4.$$

En termes synthétiques, la courbure de l'espace-temps est une fonction (non linéaire) de la répartition locale des masses, des impulsions et des énergies.

²¹ Albert Einstein, *Comment je vois le Monde*, pages 133-134.

la gravitation n'a pas (encore ?) bouleversé le monde par ses applications. En effet, la gravité joue à notre échelle un rôle beaucoup plus faible que l'électromagnétisme et les effets relativistes sont en général négligeables et sont effectivement négligés. La mécanique de Newton (et ses successeurs féconds des dix-huitième et dix-neuvième siècles !) reste valable et je ne pense pas que des « corrections relativistes » ont été nécessaires pour calculer la trajectoire des véhicules Apollo de la Terre à la Lune. Notons ici un important programme de recherche²² pour réaliser un détecteur des « ondes gravitationnelles » prédites par la théorie d'Einstein.

Nous voulons maintenant insister sur l'existence de « lentilles gravitationnelles » dues à la courbure de rayons lumineux. La matière courbe en effet l'espace-temps (voir la Note 20) et la lumière suit bien entendu le chemin le plus court, une « géodésique » dans cet espace-temps, donc elle ne suit pas une « ligne droite » si on garde en référence l'espace euclidien « tangent » ; elle est « déviée ». On a même pu observer²³ **deux** images différentes d'une même source lumineuse. Il s'agit de systèmes galactiques situés derrière une masse sombre relativement à notre propre Galaxie, qui sont tout de même observés grâce à l'effet de déviation de rayons lumineux. Mais comme l'effet a lieu sur de grandes distances, la lumière peut passer par un côté ou par un autre de l'objet sombre et plusieurs images nous apparaissent, comme illustré à la figure 3. Ce phénomène est une curiosité qui n'inquiète personne mais renforce le doute cartésien : « les sens nous trompent ».

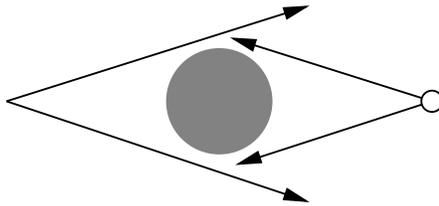


Figure 3. *Lentille gravitationnelle. Un objet émetteur (à droite) est séparé de l'observateur (à gauche) par une masse sombre qui dévie les rayons lumineux. On dispose donc de **deux** images distinctes du même objet.*

Un espace-temps-relation fortement non kantien

Nous proposons maintenant une **structure topologique** pour l'espace-temps en présence d'un rayon lumineux. Elle est fondée sur la remarque très simple que pour un photon qui se déplace à la vitesse de la lumière, le « temps propre » est nul²⁴. Nous identifions

²² Il s'agit des programmes Virgo et Ego (European Gravitational Observatory) de collaboration scientifique entre la France et l'Italie.

²³ Les premières observations d'effets de microlentilles furent l'œuvre de K. Chang et S. Refsdal (1979). Elles ont été confirmées ensuite par J. Hewitt, G. Langston et leurs collègues (1986). Nous renvoyons le lecteur intéressé au livre pédagogique de Laurent Nottale (1994).

²⁴ Au vu de la relation (6), on a en effet $d\theta = 0$ si $dx = c dt$.

par la pensée tous les points de la trajectoire d'un photon, ou *des* (?) photons comme dans les expériences d'Alain Aspect, voir la figure 4. La trajectoire de la lumière est alors « réduite » à un simple point²⁵. Ainsi, dans ce modèle mathématique, les photons corrélés restent un seul et même objet « ponctuel ». La trajectoire double de la figure 4 n'est qu'une *apparence*. **Le photon** (éventuellement la paire de photons corrélés) « déchire » l'espace-temps et dans ce modèle, l'espace-temps « restant » est très fortement courbé mais nous ne le « voyons » pas ! D'ailleurs, peut-on « voir » un « rayon élémentaire de lumière », un photon ? En effet, la vision suppose la propagation de la lumière et nous ne faisons dans ce paragraphe qu'imaginer un « boson-espace-temps », c'est à dire la façon dont l'espace et le temps doivent être considérés dans l'élémentaire pour admettre en son sein une interaction lumineuse, un « boson ».

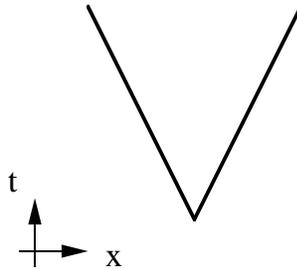


Figure 4. *Deux photons corrélés dans l'espace-temps.*

On pourra qualifier l'idée précédente de curieuse, mais qui aurait pu penser à une lentille gravitationnelle avant la création de la théorie relativiste de la gravitation ? Nous avons parfaitement conscience qu'une telle approche ne résout rien. Elle renforce simplement le fait que les mots « matière », « espace », « temps », « interaction », sont empruntés à un vocabulaire historique et macroscopique, que la « matière-espace-temps » est une réalité déjà vivante pour les physiciens des hautes énergies, comme en témoignent par exemple les titres *Space Time Matter* et *La matière-espace-temps* des ouvrages de Hermann Weyl (1952) d'une part, Gilles Cohen-Tannoudji et Michel Spiro (1984) d'autre part.

Ce couplage fort dû à la non localité quantique remet en cause pour nous une nouvelle fois, et cette fois fortement, l'idée d'un espace-temps kantien préliminaire à l'expérience physique. On peut à ce propos citer le magnifique passage de Werner Heisenberg : « Les symboles mathématiques par lesquels nous décrivons une telle situation d'observation représentent plutôt le possible que le réel. Peut-être serait-il permis de dire qu'ils

²⁵ Nous prenons comme référence pour fixer les idées l'espace-temps \mathcal{M} de la Note 20 et appelons Γ la trajectoire du photon. C'est par hypothèse une partie *fermée* de la variété \mathcal{M} et il est alors facile (voir par exemple le livre de Laurent Schwartz (1970)) de considérer l'espace topologique « quotient » \mathcal{M}/Γ . Dans cet espace, il faut voir toute la courbe Γ réduite à un simple point et tous les points proches de Γ deviennent en conséquence « voisins » entre eux.

représentent quelque chose d'intermédiaire entre le possible et le réel ; ce quelque chose d'intermédiaire ne peut être appelé "objectif" que, tout au plus, au même titre que la température en thermodynamique statistique. La connaissance ainsi acquise permet sans doute certaines prédictions sûres et précises, mais en règle générale elle permet seulement des conclusions en ce qui concerne la probabilité d'un événement futur. Kant ne pouvait pas prévoir que, dans des domaines de la connaissance expérimentale qui se situent au-delà de l'expérience quotidienne, une classification des perceptions d'après le modèle de la "chose en soi" ou -si vous préférez- de l'"objet" ne peut plus se faire ; autrement dit, pour utiliser une formule simple, que les atomes ne sont pas des "choses" ou des "objets".²⁶ Cette question est d'ailleurs également discutée avec grande profondeur par Bernard d'Espagnat (2002).

Mais alors l'approche quantique devient elle-même empreinte d'une contradiction interne potentielle puisqu'elle suppose *a priori* l'existence d'un temps et d'un espace de référence « absolu » et un espace-temps kantien lorsqu'on écrit l'équation de Schrödinger. Or on sait que les expériences de type EPRB établissent une non-localité, une « non séparabilité » de l'espace qui à notre sens contredit la structure donnée *a priori* pour l'espace-temps. Il ne s'agit pas bien entendu de jeter le bébé avec l'eau du bain, mais au contraire de prendre conscience de la difficulté à imaginer que ce monde quantique si bizarre et peu commun à notre intuition, puisse, en plus, être un modèle efficace aux échelles macroscopiques !

Interlude fractal

Nous n'avons pas encore développé l'hypothèse fractale d'un espace « identique à lui-même à toutes les échelles ». Mais cette idée très simple a donné naissance, grâce aux travaux informatiques de Benoît Mandelbrot (1975), à des géométries nouvelles, de « dessin complexe » mais définies mathématiquement très simplement²⁷. Ces géométries fractales sont devenues extrêmement populaires. Il va de soi que les travaux mathématiques sur ces géométries fractales²⁸ de dimension **non entières** seront forcément d'une grande aide pour construire des modèles opératoires pour effectuer des modèles

²⁶ Werner Heisenberg, *La Partie et le tout* (1972), pages 170-171 de l'édition « Champs » chez Flammarion.

²⁷ Par exemple, le fameux « ensemble de Mandelbrot » que nous ne reproduirons pas dans cet article mais que le lecteur pourra par exemple trouver illustré dans le traité original *Les Objets fractals, forme, hasard et dimension* (1975), se définit comme l'ensemble des nombres complexes a de sorte que la suite récurrente $(z_n)_{n \geq 0}$ définie par les relations

$$(8) \quad z_0 = 0, \quad z_{n+1} = (z_n)^2 + a, \quad n \text{ entier } \geq 0,$$

reste bornée si le nombre entier n tend vers l'infini.

²⁸ Nous pensons par exemple aux travaux d'Adrien Douady et son équipe à Orsay et au film *La Dynamique du lapin* qu'il a réalisé avec François Tisseyre et Claire Weingarten (1996).

mathématiques précis relevant de l'hypothèse fractaquantique. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de Bernard Sapoval (1997) pour les applications variées des fractales.

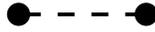


Figure 5. *Deux « atomes » en relation formant un q -angle.*

Graphes

Tous les paragraphes précédents étant énoncés, nous essayons de poursuivre la construction d'une approche quantique de la nature qui soit aussi invariante d'échelle. Nous avons en 2003 proposé une analogie simple pour deux « atomes » en relation, et développé l'hypothèse fractaquantique pour cette nouvelle structure, que nous avons appelée q -angle.

Nous notons la réaction intéressée d'Elie Bernard-Weil à notre propos et avons conscience qu'une étude approfondie des liens entre le q -angle et la théorie des « couples agogantagonistes » (1998) constitue en soi un programme de travail futur potentiel pour la science des systèmes. Rappelons qu'un tel q -angle est lui-même une relation, une interaction, un boson²⁹. Surtout, nous le représentons ici au sein d'un graphe abstrait (figure 5 !) où la matière « élémentaire », les « atomes », sont représentés par un point et la relation, par un trait (pointillé !) qui les joint. Nous gardons donc une représentation de type diagramme de Feynman, à ceci près qu'il s'agit d'une vision statique, « thermalisée dans le temps », stable, ce qui limite bien entendu le cadre de notre pensée, mais qui permet au moins de constituer un premier modèle.

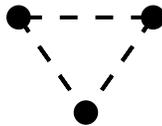


Figure 6. *Trois quarks liés par des gluons de couleur.*

L'image suivante est celle de trois particules en interaction avec une « force » comparable. On est là devant le cas d'équilibre parfait, où le nombre de bosons, de relations est égal au nombre d'« atomes », de fermions³⁰ comme il est illustré à la figure 6. On peut alors disposer ces trois éléments constitutifs de la matière dans un graphe naturellement triangulaire. On forme pour cela une assez bonne image du *nucléon* (proton ou neutron)

²⁹ Nous retenons aussi comme fondamentale la réaction de Gérard Donnadiou (2003) à la notion de q -angle, qu'il voit en effet comme une approche possible de la Trinité. Nous ne poursuivons pas ici plus avant une réflexion potentiellement majeure.

³⁰ Si n fermions peuvent avoir une relation symétrique en commun deux à deux, le nombre de tels bosons vaut $C_n^2 \equiv \frac{n(n-1)}{2}$. Or, si l'on exclut le vide où $n = 0$, on a $n = \frac{n(n-1)}{2}$ pour $n = 3$ uniquement.

composé de trois quarks en interaction forte *via* par un échange continu de gluons (voir par exemple Cohen-Tannoudji et Spiro (1984)). Outre l'impossibilité de « voir » les quarks isolément, une telle vision du nucléon permet de le considérer à la fois comme **élémentaire**, comme un « atome », un élément insécable à un certain niveau spatial et énergétique de représentation **et** comme un ensemble **composite** structuré au moyen d'un graphe très simple comme celui de la figure 6. La structure globale d'un tel graphe est intéressante car elle laisse apparaître une « boucle », une possibilité topologique de revenir à un point donné sans rebrousser chemin, interprétant alors le graphe comme un ensemble de « lieux » reliés entre eux par des « routes ».

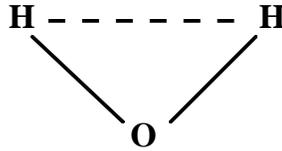


Figure 7. *Molécule d'eau.*

Notons aussi le caractère générique d'une telle représentation. A partir de deux « atomes » identiques (notons les « H » pour fixer les idées) et d'un autre différent des deux premiers (on le note « O » cette fois), on dispose de relations de deux types : O-H et H-H. L'ensemble laisse encore apparaître un graphe à trois liens avec une boucle (Figure 7), la molécule d'eau, nouvel « atome » d'un cran supérieur dans l'échelle de l'espace.

L'intelligence est dans les boucles !

Nous pouvons ensuite imaginer une structure plus complexe à une échelle donnée à travers le modèle d'un graphe de relations, de bosons d'échange « permanents », reliant ensemble certains « atomes » de la structure. La figure 8 donne un exemple avec $n = 10$ « atomes » et $\lambda = 12$ relations. On constate encore la présence de « cycles » dans un tel graphe, de boucles permettant d'aller d'un « vertex » (atomique) à un autre sans revenir sur ses pas. Nous sommes ici dans un cadre familier, mathématiquement bien connu (voir par exemple le traité de Claude Berge (1970)), utilisée abondamment par les systémiciens.

Ainsi par exemple, Henri Atlan³¹ utilise les « graphes de liaison » comme une représentation possible du « vivant » dans son approche de la complexité par le bruit. Citons aussi le biologiste Manfred Eigen, prix Nobel de chimie en 1967, dont les travaux (1971) sont admirablement présentés par Fritjof Capra (1996). Il a étudié dans les années 1970 des systèmes de réactions chimiques, qui, bien qu'instables, donnent naissance à des couplages en boucles, qualifiés d'hypercycles par Eigen. Ainsi, un système chimique instable peut être entretenu de manière à faire apparaître une dynamique généralisant le système

³¹ Nous renvoyons le lecteur à la page 112 de l'ouvrage d'Henri Atlan *Entre le cristal et la fumée* (1979).

des prédateurs et des proies proposé par Lotka et Volterra dans les années 1880 (voir le livre de Morris Hirsch et Stephen Smale (1974)). Surtout³² « l'état du système loin de l'équilibre, le développement des processus d'amplification par le biais des boucles de feed-back et l'apparition d'instabilités aboutissent à la création de nouvelles formes d'organisation ».

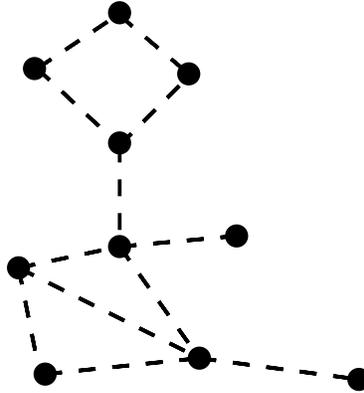


Figure 8. *Structure de graphe à une échelle donnée.*

Une structure en terme de graphe connexe laisse apparaître des boucles dès que le nombre λ de liens est supérieur au nombre n de vertex, moins un. L'ensemble s'analyse avec les outils classiques de la topologie et des groupes fondamentaux. Ce ne sont pas des mathématiques « élémentaires », mais il est possible de les maîtriser, même pour certaines applications de la représentation des champs de vecteurs discrets à l'ingénierie des moteurs électriques ou des écoulements dans des tuyauteries toriques ; nous renvoyons le lecteur intéressé par exemple à notre article avec Francesca Rapetti et Alain Bossavit (2003).

Retenons surtout qu'il semble possible de formaliser l'existence d'une structure au moyen d'un graphe formé d'une part de « vertex » (les « atomes ») reliés entre eux par certains liens (les bosons d'interaction). Alors la recherche d'une « base de cycles » a l'aide d'algorithmes classiques met en relief des **dynamiques globales** qui peuvent se maintenir dans le temps. Nous proposons ici de dire que « **l'intelligence est dans les boucles** ».

Graphes multi-échelles

Une représentation de type « graphe » permet de bien représenter certaines dynamiques, avec des liens *a priori* fixés au moins dans notre première analyse. Mais la structure fractaquantique telle que nous l'imaginons ne peut pas se contenter d'un seul niveau d'analyse. Il faut pouvoir aller et venir entre deux niveaux d'échelles, imaginer des graphes à « emboitements » et des règles algébriques de passage entre les « poupées

³² Nous citons Capra (1996), page 111.

russes ». Le sujet est à notre connaissance ouvert, mais une bibliographie sérieuse doit aussi être entreprise.

Toutefois, on peut dès aujourd'hui imaginer un début d'algorithme pour changer de niveau d'échelle en « réduisant » un graphe donné. Par exemple, un *q-ange* (figure 5) est une entité autonome, une « relation faite de matière » et on peut le représenter par un simple trait, comme pour les photons corrélés de l'expérience EPRB d'Aspect (figure 4). Alors le couple **est** relation, le temps s'arrête (voir les Notes 19 et 24) et l'ange s'envole. Par ailleurs, un « trio relationnel » (figure 6) pourra être réduit à un « atome » d'une entité supérieure, généralisant ainsi le passage de trois quarks à un nucléon, ou les trois atomes de la molécule d'eau à l'« eau » enfin aqueuse ! Pour une première approche, un cycle une « boucle » dans un méta-graphe pourrait être « réduite » en un « atome » d'une échelle supérieure, comme dans les hyper-cycles d'Eigen où ne reste *in fine* que la dynamique qui **est** la nouvelle structure. L'interprétation du nouvel « atome » peut être délicate, mais l'intuition semble ici nous indiquer qu'avec un tel formalisme, on commence à disposer d'un outil puissant de création d'une vision enrichie des systèmes qui nous entourent.

Altérité et indiscernabilité

Nous avons pointé (2002) une difficulté conceptuelle majeure que recèle l'hypothèse fractaquantique. En effet, un postulat fondamental pour la prévision opérationnelle de la théorie quantique est d'**indiscernabilité** des fermions et des bosons de même nature, d'une même famille. Ceci se traduit de manière précise sur la fonction d'onde ψ qui décrit N fermions intriqués. En effet, une telle fonction est par construction *antisymétrique* et pour N bosons, on a une propriété duale de *symétrie* dans l'échange de deux relations³³.

³³ Pour décrire N « atomes » ou N bosons intriqués, l'espace fonctionnel V de la relation (3) se compose de fonctions ψ de la forme

$$(9) \quad \psi = \psi(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

où x_1, x_2, \dots, x_N sont des points de l'espace kantien « ordinaire », c'est à dire l'espace \mathbb{R}^3 dans les applications. Notons τ_{ij} l'opération d'échange de deux indices i et j tels que $1 \leq i < j \leq N$ pour fixer les idées :

$$(10) \quad \tau_{ij}(i) = j, \quad \tau_{ij}(j) = i, \quad \tau_{ij}(k) = k \text{ si } k \neq i, j.$$

Appelons $\tau_{ij}\psi$ la fonction d'onde définie par la fonction ψ et la permutation des variables x_i et x_j :

$$(11) \quad \begin{cases} \tau_{ij}\psi(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{j-1}, x_j, x_{j+1}, \dots, x_N) = \\ = \psi(x_1, \dots, x_{i-1}, x_j, x_{i+1}, \dots, x_{j-1}, x_i, x_{j+1}, \dots, x_N). \end{cases}$$

On dit que la fonction ψ est *antisymétrique* lorsqu'on a

$$(12) \quad \tau_{ij}\psi \equiv -\psi, \quad \text{quels que soient } 1 \leq i < j \leq N$$

et que ψ est *symétrique* si

$$(13) \quad \tau_{ij}\psi \equiv \psi, \quad \text{quels que soient } 1 \leq i < j \leq N.$$

Le « postulat d'exclusion de Pauli » suppose que la relation d'antisymétrie (12) a lieu pour un mélange de fermions alors que la symétrie (13) est présente lorsque des bosons sont en interaction.

Une conséquence est que deux fermions quelconques, deux « atomes » ne peuvent pas se trouver au même point de l'espace³⁴. En un sens, **la matière crée l'espace** puisque le principe d'exclusion de Pauli impose de prendre des positions spatio-temporelles distinctes.

L'indiscernabilité exprime bien entendu qu'au niveau quantique, la notion d'identité n'existe pas. Pour l'atome d'hélium par exemple qui comporte deux électrons, rien dans le cadre théorique ne permet de distinguer ces deux « atomes » ; les deux électrons sont indiscernables. Donnons la parole à Louis de Broglie³⁵ à propos des *limites de l'individualité* : « La mécanique ondulatoire des systèmes contenant des particules de même nature et leurs statistiques quantiques comportent, nous l'avons vu, un certain renoncement à l'idée d'individualité des particules. Il nous paraît un peu excessif cependant de dire qu'il faut renoncer complètement à l'idée d'individualité des particules. Il semble que la possibilité d'individualiser les particules est liée à la possibilité de les localiser dans des régions différentes de l'espace. Cette dernière possibilité existe toujours, de sorte qu'il y a toujours possibilité d'individualiser les particules en les localisant par des expériences en des lieux différents de l'espace. Mais l'individualité des particules identiques cesse de pouvoir être "suivie" quand les domaines de présence possible de ces particules empiètent l'un sur l'autre dans l'espace, car un échange des particules devient alors possible. »

L'hypothèse fractaquantique nous propose d'étendre les propriétés quantiques à l'ensemble des échelles spatiales de la nature. En conséquence, deux objets élémentaires de même nature, deux « atomes » sont nécessairement indiscernables. On imagine bien que ceci reste « vrai » pour les molécules, même « grandes ». En ce qui concerne le monde de la biologie, l'indiscernabilité quantique commence à poser problème à l'échelle de la cellule et des assemblages de cellules et nous n'avons pas la compétence pour approfondir ce thème au sein de cet article.

Pour les organismes vivants supérieurs, l'indiscernabilité quantique « contredit » l'altérité et la notion-même d'identité. L'autre n'est pas moi et il est « impossible » d'échanger nos positions sans changer le monde ! Il convient donc d'interpréter l'indiscernabilité que propose l'hypothèse fractaquantique avec discernement. Nous proposons (2002) de rechercher l'indiscernabilité dans les phases de la vie où des comportements d'échanges se manifestent dans la profondeur de l'être comme la danse, la convivialité ou la foule. Nous retenons ici la remarque d'Emmanuel Nunez à Andé en mai 2003 : « La part d'indiscernabilité est ce qu'il y a de commun à tous les hommes. » Nous voulons ici

³⁴ Plus précisément la probabilité d'un tel événement est nulle, puisque $\psi(x_1, \dots, x_{i-1}, x, x_{i+1}, \dots, x_{j-1}, x, x_{j+1}, \dots, x_N)$ est nul si la relation (12) a lieu.

³⁵ Louis de Broglie, *la physique nouvelle et les quanta* (1937), page 272 de la seconde édition, réimprimée en 1986.

approfondir cette idée grâce à l'abstraction qu'offre la modélisation au moyen de la théorie des graphes.

Nous avons proposé de modéliser la « pile fractale » des structures *via* la théorie des graphes. Une structure à une échelle donnée est un ensemble composite de sous-structures, d'« atomes » liés entre eux par un bavardage permanent au moyen de « bosons » d'échange. La difficulté est de reconnaître à quel moment un ensemble qui nécessairement se complexifie redevient en fait « simple » et autonome, renvoyant au travail de Humberto Maturana et Francisco Varela (1980).

Nous proposons ici de voir l'indiscernabilité quantique non par les apparences de l'altérité et de l'identité, mais par l'identité du *graphe* relationnel qui sous-tend la structure. Revenons par exemple à la figure 8, figure déjà « complexe » puisqu'elle comporte dix « atomes » et douze « liens ». Si on modifie la composante matérielle de ce graphe, qu'on remplace les vertex par des « atomes » d'une autre nature, sans changer les liens entre ces composants, on fabrique de ce fait une **nouvelle** structure, en un sens « identique » à la précédente, au moins par son graphe relationnel. Pourtant, on peut la distinguer de la précédente puisque les « atomes » qui la composent sont distincts. En un sens, l'indiscernabilité quantique pour les organismes complexes doit pouvoir être recherchée dans l'identité du *graphe* qui sous-tend les relations, compose la structure, constitue l'être. Ainsi, même si chaque être humain est unique, nul ne doute de l'universalité de la médecine ! Cette étape devra être approfondie pour donner un sens à des phrases aussi contradictoires (complémentaires ?) que « l'autre est comme moi », « l'autre est moi » ou « je suis unique ».

Vers une sociologie quantique ?

Ce court paragraphe pour rappeler que le travail présenté ici trouve une de ses sources dans une « leçon de complexité » transmise par Pierre Marchand à l'Aérospatiale aux Mureaux en 1991. A l'époque, je lui avais posé la question : « Existe-t-il une approche quantique de la sociologie ? » La question aura permis la rencontre, le dialogue, l'amitié. Depuis, j'ai appris que le thème de la sociologie quantique a été proposé à la même époque par Sylvie Joubert (1991). Toutefois, la question reste très difficile et fort délicate.

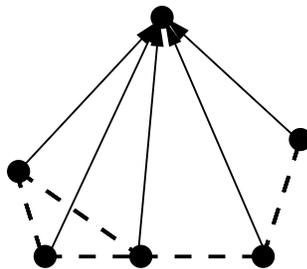


Figure 9. *Graphe des relations au sein d'une foule. Tout le monde est relié au « chef » et la foule entretient aussi en son sein des « relations libidinales ».*

Nous rappelons simplement que le modèle de la foule de Le Bon repris par Freud (1921)³⁶ : « Que l'essence d'une foule réside dans les liens libidinaux présents en elle, nous en trouvons également un indice dans le phénomène de panique, qui s'étudie au mieux sur les foules militaires. Une panique apparaît quand une foule se désagrège. Ce qui la caractérise, c'est que plus aucun ordre du chef n'est écouté et que chacun se préoccupe de lui-même sans se soucier des autres. Les liens mutuels ont cessé d'être et une angoisse se libère, gigantesque, insensée. » Nous pouvons imaginer de représenter la foule à l'aide du graphe de la figure 9, avec une relation d'un certain type de tous les « atomes » au « chef » ainsi que des « relations libidinales » entre ses membres. Ce modèle reste à préciser et enrichir, mais il est clair qu'une foule représente une structure assez pauvre, *id est* doit pouvoir se décrire au moyen d'une représentation des plus simples.

Nous pouvons compléter cette vision de la foule par la description d'une classique structure hiérarchique (figure 10), si classique dans l'organisation des entreprises. On peut inclure aussi dans cette approche les « foules artificielles » (église, armée) au sens proposé par Freud. Nous remarquons surtout qu'un graphe comme celui de la figure 10 ne possède **pas** de boucle et que l'intelligence d'un tel système n'est possible selon nous que *via* des régulations complémentaires, des liens fonctionnels en réseau « informels », par exemple les « liens libidinaux » comme à la figure 9.

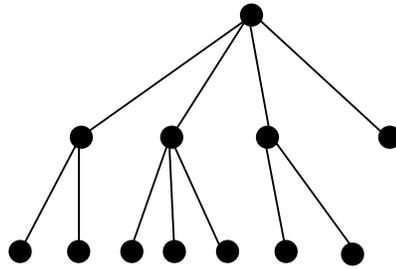


Figure 10. *Structure hiérarchique.*

Le problème de la sociologie quantique est donc très délicat et nous nous référons ici à Konrad Lorenz (1950)³⁷ qui pose magnifiquement le problème : « Le nombre est prodigieux des sociologues et des psychologues modernes qui traitent d'une manière singulièrement étroite des rapports de causalité existant entre les structures de l'individu et celles de la société qui englobe l'individu ; entre la totalité organisée d'ordre inférieur et la totalité organisée d'ordre supérieur. » Il convient bien entendu de réfléchir au lien entre la structure interne d'un « atome » et le graphe de la structure supérieure duquel il participe. Une analogie permettrait d'imaginer une véritable invariance d'échelle, une structure fractale complète, une cohérence du tout et des parties, allant même jusqu'à l'idée d'une « périodicité d'échelle » où le plus élémentaire *in fine* englobe le tout !

³⁶ Sigmund Freud, *Psychologie des foules et analyse du moi*, 1921, page 175.

³⁷ Konrad Lorenz, *Le tout et la partie dans la société animale et humaine. Un débat méthodologique*, 1950, page 73 de l'édition « Seuil essais » (1970).

En guise de conclusion

Nous avons dans cet article avancé quelques pistes, quelques axes de recherche pour développer diverses facettes de l'hypothèse fractaquantique. Tout d'abord, la permanence des relations, du bavardage, crée la masse, la matière, ses structures, comme il est classique en théorie quantique des champs. Il n'y a pas de structure stable sans la permanence des liens internes. Ces liens créent la structure et les boucles créent la permanence ; « l'intelligence est dans les boucles ».

Ensuite, la théorie quantique nous propose de penser l'espace et le temps en termes non kantians : « la matière crée l'espace-temps », « la relation déchire l'espace-temps », ce qui est quasiment hors de notre intuition et de notre culture ! Pour penser le monde, nous sommes guidés par la Descartes qui se fonde sur une observation fondamentale : « les sens nous trompent ». De plus, le caractère fractal laisse entrevoir l'importance de modèles dynamiques de type graphe où « matière » et « relation » ont des rôles bien clairs. Même si ce n'est qu'un modèle, nous gardons en tête l'image du *q-ange*, relation faite de matière, *boson intermédiaire*.

La multiplicité des échelles et le passage d'une représentation à une autre est un point fondamentalement inconnu. A quel niveau de complexité, de relation peut-on parler d'une structure nouvelle, de « niveau » supérieur ? A quel moment une telle structure, autonome, est-elle capable de se diriger en cohérence avec les autres et en respectant sa propre « santé », c'est à dire sa propre structure interne ? Nous risquons une hypothèse pour terminer : la *gouvernance* est possible dès qu'il y a *cohérence* de la partie et du tout, que la structure sociale « externe » présente un graphe de structure *analogue* au graphe de la structure biologique « interne ». On peut même rêver d'une périodicité d'échelle, où « le tout est contenu dans la partie ».

Remerciements

La progression de notre réflexion sur l'hypothèse fractaquantique n'aurait pas été possible sans des discussions très fécondes avec Florence Justes et plusieurs remarques très encourageantes des membres de l'Afscet. Si nous devons à Pierre Marchand d'avoir rencontré la science des systèmes, nous remercions également ici Evelyne Andreewsky, Elie Bernard-Weil, Danièle Bourcier, Gérard Donnadiou, Pierre Marchais, Lucien Mehl et Emmanuel Nunez pour leurs critiques et leurs encouragements.

Références

- A. Aspect, P. Grangier, G. Roger. « Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedanken experiment ; a new violation of Bell's inequalities », *Physical Review Letters*, volume 49, numéro 2, p. 91-94, 1982.
- H. Atlan. *Entre le cristal et la fumée, essai sur l'organisation du vivant*, Seuil, Paris, 1979.

- J. Bell. « On the problem of hidden variables in quantum mechanics », *Reviews of Modern Physics*, volume 38 , numéro 3, p. 447-452, 1966.
- C.H. Bennett et G. Brassard. « Quantum cryptography and its application to probably secure key expansion, public-key distribution, and coin-tossing », *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, p. 91, septembre 1983.
- C.H. Bennett, G. Brassard, N.D. Mermin. « Quantum cryptography without Bell's theorem », *Physical Review Letters*, volume 68, numéro 5, p. 557-559, 1992.
- C. Berge. *Graphes et hypergraphes*, Dunod, Paris, 1970.
- E. Bernard-Weil. *Précis de systématique ago-antagoniste, introduction aux stratégies bilatérales*, l'Interdisciplinaire, Lyon, 1998.
- M. Bitbol. *Mécanique quantique, une introduction philosophique*, Champs, Flammarion, Paris, 1996.
- D. Bohm. *Quantum Theory*, 1950, Dover, New York, 1979.
- N. Bohr. « Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ? », *Physical Review*, volume 48, p. 696-702, 1935.
- M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J.M. Raimond, S. Haroche. « Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement », *Physical Review Letters*, volume 77, p. 4887, 1996.
- F. Capra. *La Toile de la vie, une nouvelle interprétation scientifique des systèmes vivants*, Editions du rocher, Monaco, 2003.
- K. Chang, S. Refsdal. « Flux Variations of QSO Q0957+561 A,B and image splitting by stars Near the Light Path », *Nature*, volume 282, p. 561, 1979.
- C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë. *Mécanique quantique*, Hermann, Paris, 1977.
- G. Cohen-Tannoudji, M. Spiro. *La Matière-espace-temps ; la logique des particules élémentaires*, Fayard, Paris, 1984.
- A. Connes, D. Kreimer. « Hopf Algebras, Renormalization and Noncommutative Geometry », *Communications in Mathematical Physics*, volume 199, numéro 1, p. 203-242, 1998.
- L. De Broglie. *la Physique nouvelle et les quanta*, Flammarion, Paris, 1937.
- R. Descartes. *Méditations métaphysiques*, 1641, Garnier-Flammarion, Paris, 1979.
- R. Descartes. *Discours de la méthode*, 1637, Folio essais, Gallimard, Paris, 1997.
- G. Donnadiou. *Communication personnelle*, septembre 2003.
- A. Douady, F. Tisseyre, C. Weingarten. *La Dynamique du lapin*, Atelier « Ecoutez Voir », 1996.
- F. Dubois. « Hypothèse fractaquantique », *Res-Systemica*, volume 2, <http://www.afscet.asso.fr/ressystemica.html>, octobre 2002.
- F. Dubois. « Intégration de l'élémentaire et théorie quantique de l'ange », *Séminaire Afscet, Moulin d'Andé, 18 mai 2003*, <http://www.afscet.asso.fr/afscetcafe/textes-2003/dubois.ande-03.pdf>, 2003.

- A. Ekert. « Quantum cryptography based on Bell's theorem », *Physical Review Letters*, volume 67, numéro 6, p. 661 - 663, 1991.
- M. Eigen. « Molecular self-organization and the early stages of evolution », *Quarterly Reviews of Biophysics*, volume 4, numéros 2 et 3, p. 149, 1971.
- A. Einstein, *Comment je vois le Monde*, Flammarion, Paris, 1979.
- A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. « Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ? », *Physical Review*, volume 47, p. 777-780, 1935.
- B. d'Espagnat. *A la recherche du réel, le regard d'un physicien*, Gauthier-Villars, Paris, 1979.
- B. d'Espagnat. *Traité de physique et de philosophie*, Fayard, Paris, 2002.
- H. Everett III. « "Relative State" Formulation of Quantum Mechanics », *Reviews of Modern Physics*, volume 29, numéro 3, p. 454-462, 1957.
- R. Feynman. *La Nature de la physique*, Seuil, Paris, 1980.
- S. Freud. « Psychologie des foules et analyse du moi », 1921, in *Essais de psychanalyse*, Payot, Paris, p. 83-176, 1963.
- M. Gell-Mann. *Le Quark et le jaguar, voyage au cœur du simple et du complexe*, Albin Michel, Paris, 1994.
- J.B. Hartle, S.W. Hawking. « Wave function of the Universe », *Physical Review D*, volume 28, numéro 12, p. 2960-2975, 1983.
- W. Heisenberg, *La Partie et le tout. Le Monde de la physique atomique*, Albin Michel, Paris, 1972.
- M.W. Hirsch, S. Smale. *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, Academic Press, San Diego, 1974.
- C. Itzykson, J.B. Zuber. *Quantum Field Theory*, Mac Graw-Hill, New York, 1980.
- S. Joubert. *La Raison polythéiste ; essai de sociologie quantique*, l'Harmattan, Paris, 1991.
- J.M. Lévy-Leblond, F. Balibar. *Quantique. Rudiments*, Interéditions, Paris, 1984.
- K. Lorenz. « Le tout et la partie dans la société animale et humaine. Un débat méthodologique », 1950, in *Trois essais sur le comportement animal et humain*, Seuil, Paris, p. 171-174, 1970.
- B. Mandelbrot. *Les Objets fractals, forme, hasard et dimension*, Flammarion, Paris, 1975.
- H. Maturana, F. Varela. « Autopoiesis and Cognition : the Realization of the Living », *Studies in the Philosophy of Science*, volume 42, Reidel, Boston, 1980.
- L. Nottale. *L'univers et la lumière*, Flammarion, Paris, 1994.
- P. Ramond. *Field theory. A Modern Primer*, Benjamin publishing company, Reading, 1981.

- F. Rapetti, F. Dubois, A. Bossavit. « Discrete Vector Potentials for Nonsimply Connected Three-Dimensional Domains », *SIAM Journal on Numerical Analysis*, volume 41, numéro 4, p. 1505-1527, 2003.
- J. Salem. *L'Atomisme antique ; Démocrite, Epicure, Lucrèce*, Librairie générale française, 1997.
- B. Sapoval. *Universalités et fractales. Jeux d'enfants ou délits d'initié ?* Flammarion, Paris, 1997.
- L. Schwartz. *Analyse. Topologie générale et analyse fonctionnelle*, Hermann, Paris, 1970.
- I. Stengers. *Cosmopolitiques II*, La Découverte, Paris, 1997.
- E. Turner, D. Schneider, B. Burke, J. Hewitt, G. Langston. « An Apparent Gravitational Lens with an Image Separation of 2.6 Arc-Min », *Nature*, volume 321, p. 142, 1986.
- R. Vallée. *Cognition et système, essai d'épistémopraxéologie*, l'Interdisciplinaire, Lyon, 1995.
- H.C. Von Baeyer. *Taming the Atom. The Emergence of the visible Microworld*, Viking, Londres, 1993.
- H. Weyl. *Space Time Matter*, Dover, New York, 1952.

Versailles, juin 2004, 28 janvier 2005.