

AFSCET



WOSC-UES, Valencia, 15-17 oct 2014

Atelier 11 : Modélisation Mathématique des Systèmes Complexes

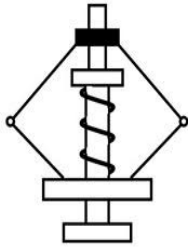
François Dubois and Olivier Maurice (AFSCET)
francois.dubois@cnam.fr, olivier.maurice6@wanadoo.fr

La croissance régulière de la puissance de calcul des machines électroniques permet de simuler de plus en plus de systèmes naturels ou artificiels. Cette puissance de calcul est d'autant plus efficace qu'on dispose d'un modèle mathématique abstrait qui résume la dynamique en quelques symboles. La notion de système commandé et de régulation permet aussi la mise en forme de nombreux systèmes techniques, économiques ou sociaux. D'un tout autre point de vue, les systèmes invariants d'échelle où "le grand est comme le petit" semblent pouvoir être abordés à l'aide de la "géométrie fractale". On peut se demander quelles sont les bonnes écritures de la dynamique de tels systèmes. Par ailleurs, la physique quantique introduit un modèle mathématique double pour décrire d'une part l'évolution libre du système microscopique et d'autre part l'interaction entre l'observateur et le système microscopique. Enfin, les systèmes émergents, auto-organisés, c'est à dire capables de se produire et se définir eux-mêmes, ont été popularisés ces dernières années. Au sein de ce groupe de travail volontairement pluridisciplinaire, on s'attachera à présenter une variété d'approches de la modélisation des systèmes complexes. Du qualitatif au quantitatif. De l'abstrait d'une théorie mathématique à l'expérience concrète en entreprise. Avec un invariant fondamental : la rigueur et un langage universel : les mathématiques.

Contributions proposées par

- 1 - François Anceau, Laurent Carrive**
- 2 - Pierre Bricage**
- 3 - Gilbert Belaubre**
- 4 - Paul Colonna, Didier Cuménil**
- 5 - François Dubois, Christian Miquel**
- 6 - Daniel Durand**
- 7 - Olivier Maurice, Alain Reineix, Philippe Durand, François Dubois, Eric Beaussart**
- 8 - Alexandre Makarovitsch**
- 9 - Joan C. Micó**
- 10 - Joan C. Micó**
- 11 - Joan C. Micó, Antonio Caselles, Salvador Amigó, Maria T. Sanz**

24 mars 2014.



AFSCET



WOSC-UES, Valencia, 15-17 oct 2014

Workshop 11: Mathematical Modelling of Complex Systems

François Dubois and Olivier Maurice (AFSCET)
francois.dubois@cnam.fr, olivier.maurice6@wanadoo.fr

The steady growth of computing power electronic machines can simulate more natural or artificial systems. This computing power is more effective that has an abstract mathematical model which summarizes the dynamics in a few symbols. The concept of controlled system and regulation also allows formatting of many technical, economic or social systems. On the other point of view, the scale invariant systems where “the big one is like the little” seem to be addressed using the “fractal geometry”. One may wonder what are the good books of the dynamics of such systems. Furthermore, quantum physics introduces a double mathematical model to describe the one hand the free evolution of the microscope system, and secondly the interaction between the viewer and the microscopic system. Finally, emerging systems, self-organizing, ie able to produce and define themselves, have been popularized in recent years. Within this group deliberately multidisciplinary work, we seek to present a variety of approaches to the modeling of complex systems. The qualitative to the quantitative. The abstract mathematical theory to practical business experience. With a fundamental invariant : rigor and universal language of mathematics.

Papers proposed by

- 1 - François Anceau, Laurent Carrive**
- 2 - Pierre Bricage**
- 3 - Gilbert Belaubre**
- 4 - Paul Colonna, Didier Cuménil**
- 5 - François Dubois, Christian Miquel**
- 6 - Daniel Durand**
- 7 - Olivier Maurice, Alain Reineix, Philippe Durand, François Dubois, Eric Beaussart**
- 8 - Alexandre Makarovitsch**
- 9 - Joan C. Micó**
- 10 - Joan C. Micó**
- 11 - Joan C. Micó, Antonio Caselles, Salvador Amigó, Maria T. Sanz**

24 march 2014.

1 - De la réalité des modèles et des théories

François Anceau (CNAM) et Laurent Carrive

La réalité des modèles comme des théories fait aujourd'hui l'objet de nombreux débats. Ce critère pourtant capital, est actuellement négligé du fait de l'expansion d'un constructivisme, qui élude la question d'une correspondance entre réalité et abstractions théoriques. Le critère de réalité que nous proposons est que l'expression d'un modèle, ou d'une théorie, ne fasse référence qu'à des éléments du domaine considéré. Il nous est apparu que les modèles sont organisés de manière hiérarchique, comportant à leur base des modèles « réels », surmontés de modèles « irréels ». Par exemple : le mouvement d'une bille posée sur une surface gauche peut être étudié soit par un modèle « réel » analysant l'effet des forces de gravité et d'inertie sur la bille posée sur un petit élément de surface inclinée ou, de manière aussi juste, par le principe global de Maupertuis qui postule que la bille prendra la trajectoire de moindre action, supposant l'existence d'un mécanisme, complètement irréel, d'analyse globale de la surface et de calcul de la trajectoire optimale. Les modèles « irréels » peuvent être aussi justes que les « réels », mais non sources d'induction, car ils pourraient alors conduire à des raisonnements complètement erronés. Toutefois, les modèles « irréels » peuvent être très utiles lorsque les objets manipulés sont inaccessibles car trop petits ou imaginaires. C'est le cas de la Mécanique Quantique, développée au début du XXème siècle, qui est parfaitement irréelle. Elle a démontré sa très grande utilité pratique, mais au début du XXIème, l'évolution de la technologie commence à permettre une certaine visibilité des atomes et bientôt des électrons, ce qui pourrait la remettre en cause profondément.

1 - Reality of models and theories

François Anceau (CNAM) and Laurent Carrive

Reality of models as well as theories is nowadays much debated. Despite being capital, this criterion is still neglected due to the expansion of a specific constructivism, which dodges the issue of correspondence between reality and theoretical abstractions. The criterion of reality being proposed here, is that the expression of a model or a theory, should refer only to the considered field's elements. It has appeared to us, that models are hierarchically organized, consisting of "real" models at their basis, surmounted with "unreal" models. For example: the movement of a marble, placed on a bumped surface may be studied either by a "real" and local model, analyzing gravity and inertia forces of the ball placed on a small and inclined surface element, or in the same exact way, using Maupertuis' global principle, postulating that the marble will take the path of lesser action, assuming the existence of a completely unreal mechanism, which allows us a analysis of the whole surface and the calculation of an optimal trajectory. The "unreal" models can be as accurate as the "real" ones, but can't be sources of induction, because they could then lead to completely erroneous reasoning. However, "unreal" models may be very useful when the manipulated objects are inaccessible since they are too small or imaginary. This is the case of quantum mechanics, developed in the early twentieth century, which is completely "unreal". It has demonstrated its great practical utility, but at the beginning of the XXIth century, evolution of technology today allows a certain visibility of atoms and soon electrons, which could question it quite deeply.

2 - Systèmes vivants : lois locales et globales, invariance d'échelle.

Pierre Bricage (Univ. Pau, AFSCET, WOSC, IASCYS, Ass. Pelleas)

Survivre c'est « manger et ne pas être mangé », « pour se survivre ». Tout système vivant, pour survivre et se survivre, quel que soit son niveau spatial et temporel d'organisation, possède sept caractéristiques qualitatives invariantes (degrés de liberté). Tout système vivant est formé par emboîtements et juxtapositions de systèmes pré-existants. Les lois quantitatives locales de structuration, spatiale et temporelle, et de fonctionnement, associées à ces caractéristiques qualitatives sont-elles indépendantes de l'échelle, c'est-à-dire du nouveau niveau global, d'organisation et d'émergence ? Comment le local s'intègre-t-il au global ? Et réciproquement (loi systémique constructale), comment le global intègre-t-il le global ?

2 - Living systems : local and whole scale invariant laws

Pierre Bricage (Univ. Pau, AFSCET, WOSC, IASCYS, Ass. Pelleas)

To survive that is 'to eat and not to be eaten', to live on. Any living system, to survive and live on, whatever is its spatial and temporal level of organisation, owns seven invariant qualitative characteristics (degrees of freedom). Any alive system is formed by embedding and juxtapositions of pre-existing systems. How are the local quantitative laws, of their spatial-temporal structuring and functioning, associated with these qualitative characteristics independently from the dimensional scales? How are they independent/dependent from the new global level of organisation and the local situations of emergence? How do the local actors become mutually integrated into their global whole? And reversely (systemic constructal law), why and how is the global whole reciprocally integrating the local parcellers ?

3 - Approches méthodologiques et expérimentales des phénomènes complexes

Gilbert Belaubre (AEIS, AFSCET)

La complexité de la nature est multiforme, et il est nécessaire de mettre en œuvre des approches méthodologiques variées pour tenir compte de cette variété. Les efforts de représentation et d'explication des phénomènes naturels nous conduisent toujours à rechercher des relations de proportionnalité entre les mesures de ce que nous considérons comme des variables pertinentes. Les ordinateurs nous aident aujourd'hui à intégrer des myriades de données et à bâtir des modèles non linéaires. Ils ne se substituent pas à la pensée heuristique du savant, mais ils allègent les calculs et permettent des tests d'hypothèses quasiment instantanés. Aujourd'hui, les ordinateurs exécutent ces calculs en quelques microsecondes, et ils ne font pas d'erreurs. Les complexités auxquelles nous devons faire face sont de plusieurs ordres : celles de la physique statistique et de l'astrophysique, celle des constructions moléculaires complexes, qui sont les précurseurs des organismes vivants, celle des morphogenèses et des embryogenèses, celle de la complexité neuronale, de ses processus que nous appelons le mental, celles des phénomènes sociaux chez les animaux inférieurs, celle des animaux sociaux, y compris les humains, particulièrement compliqués par les boucles de rétroaction, et donc par l'action en anticipation. Je me propose d'aborder les questions que soulèvent les processus biologiques et les morphogenèses. Les questions relevant de la physique statistique et de l'astrophysique sont désormais en charge de méthodologies éprouvées. Celles concernant le mental ne pourront être abordées que sur des bases solides de la biologie et des morphogenèses. Les questions concernant le comportement social des animaux inférieurs trouvent aujourd'hui leurs réponses dans les mécanismes physiologiques.

Les questions concernant les animaux dotés de conscience appellent des modèles en boucles de rétroaction qu'on assimile parfois à des « causalités descendantes, terme d'un maniement dangereux s'il ne se rapporte pas exclusivement à la dépendance de comportements globaux, chez les hommes, de conventions ou d'institutions.

3 - Methodological and experimental approaches to complex phenomena

Gilbert Belaubre (AEIS, AFSCET)

The complexity of nature is multifaceted, and it is necessary to implement various methodological approaches to reflect this variety. Advocacy efforts and explanation of natural phenomena always lead us to seek relationship of proportionality between the measures that we consider relevant variables. Computers help us today to integrate a myriad of data and build non-linear models. They do not replace the heuristic thinking scholar, but they mitigate the calculations and allow hypothesis testing almost instantaneous. Today, computers perform these calculations in a few microseconds, and they do not make mistakes. The complexities that we face are of several kinds: those of statistical physics and astrophysics, the complex molecular structures, which are the precursors of living organisms, that of morphogenesis and embryogenesis, the neuronal complexity its process we call the mind, those social phenomena in the lower animals, that social animals, including humans, especially complicated by feedback loops, and therefore the action in anticipation. I propose to address the issues raised by biological processes and morphogenesis. Matters pertaining to statistical physics and astrophysics are now in charge of methodologies. Those concerning the mental can only be addressed on a solid foundation of biology and morphogenesis. Questions about the social behavior of lower animals today are answered in the physiological mechanisms. Questions concerning animals with conscience call models feedback loops sometimes equates to "downward causation", after a dangerous operation if it does not relate exclusively to the dependence of global behaviors in men, conventions or institutions.

4 - Obsolescence des organisations : une approche par la modélisation en Dynamique des Systèmes

Paul Colonna (consultant, enseignant) et **Didier Cuménil** (ISC, Paris)

La crise économique et celle de la société perdurent. Les dépôts de bilan, l'effondrement de certains marchés, les échecs de stratégies, la mort même de quelques organisations font que ces dernières accusent leur environnement. Mais qu'en est-il de leur potentialité, de leur capacité interne qui évolue au cours du temps ? La littérature sur le déclin des organisations se focalise sur leurs pathologies à un instant donné (Cameron K.S. ; Whetten D.A. ; Sutton R.I. ; Guy M.E. ; etc.). Le but de cette communication est de montrer qu'avant le déclin et la mort d'une organisation, il y a une étape préalable, souvent mal perçue, celle de l'obsolescence. Celle-ci caractérise un état atteint qui empêche l'organisation d'accomplir ses fonctions et cela sans qu'elle en soit vraiment consciente. Notre modèle qui s'appuie sur la dynamique des systèmes a pour but de caractériser cette obsolescence et de mettre en exergue quelques signaux faibles qui pourraient anticiper un déclin éventuel. Il intègre deux points de vue : l'entropie de l'organisation (ordre, désordre) et son aspect structurel (synergie, internes, efficacité des processus, répartition des rôles, routines administratives, etc.). Nous écartons l'aspect politique (pouvoir, compétitions intra-organisationnelles) et la dimension cognitive (aveuglement, perte de direction, etc.).

4 - Obsolescence of organizations: a modeling approach in System Dynamics

Paul Colonna (consultant, teacher) and **Didier Cuménil** (ISC, Paris)

The economic crisis and social problems persist. Bankruptcy filings, the collapse of markets, a bad choice of strategies, and the death of several organizations blame the environment. But what about their internal capacity that evolves over time? The literature on the decline of organizations focus on their disease at a given time (Cameron K.S, Whetten, D.A, Sutton R.I, Guy M.E, etc). The purpose of this communication is to demonstrate that before the decline and death of an organization, there is a preliminary step, often misperceived, we denote by phase of obsolescence. This characterizes a state achieved that prevents the organization to perform its functions without her being really conscious. Our model is based on system dynamics. It aims to characterize the obsolescence and highlight some weak signals that could anticipate an eventual decline to. It has two views: the entropy of the organization (order, disorder) and its structural dimension (synergy, internal, efficient processes, roles, administrative routines, etc.). We discard the politics (power, intra-organizational competition) and the cognitive dimension (blindness, loss of direction, etc.).

5 - Vers un modèle quantique pour la méditation

François Dubois (AFSCET) et **Christian Miquel** (Formateur Mindfulness MBSR)

L'hypothèse fractaquantique permet de mettre en évidence l'existence d'un même mécanisme et processus expliquant les changements d'état au niveau quantique et au niveau psychique. Elle permet d'éclairer d'une nouvelle manière ce qui se passe dans des processus aussi étranges que la méditation, en ouvrant autant de nouvelles pistes de recherche.

5 - Towards a quantum model for meditation

François Dubois (AFSCET) and **Christian Miquel** (Mindfulness MBSR instructor)

The fractaquantique hypothesis allows to highlight the existence of a common mechanism explaining the process and status changes at the quantum level and the psychological level. It sheds light on a new way what happens in processes as strange as meditation, opening many new avenues of research.

6 - Modélisation graphique des systèmes complexes.

Daniel Durand (AFSCET)

Le langage graphique est un langage à part entière à côté du langage discursif (écrit ou oral) et du langage mathématique. Langage privilégié de la Systémique il présente des avantages spécifiques : il permet une bonne appréhension globale, il est monosémique à la différence du discours souvent ambigu, il permet une appréhension rapide d'un problème complexe, il a de bonnes qualités heuristiques. En Systémique il doit être utilisé en priorité pour ses qualités (comme le dessin dans une B.D.).

6 - Graphical modeling of complex systems.

Daniel Durand (AFSCET)

The graphical language is a language in its own right beside the discursive language (written or oral) and mathematical language. Preferred language of Systemic it has specific advantages: it allows a good overall understanding, it is monosemic unlike discourse often ambiguous, it allows a quick understanding of a complex problem, it has good qualities heuristics. In Systemic it must be used primarily for its features (like drawing in a comic).

7 - Projection de la réalité sensible en topologie discrète

Olivier Maurice (AFSCET, Gerac), **Alain Reineix** (XLIM, Univ. Limoges), **Philippe Durand** (CNAM), **François Dubois** (CNAM), **Eric Beaussart** (AFSCET).

Le propos de cet article est de discuter des représentations abstraites d'une réalité perceptible dans un référentiel donné en une topologie cellulaire. De cette projection, l'algèbre tensoriel peut être utilisée pour traduire mathématiquement le comportement de cette réalité perçue. La première discussion porte sur une expérience réalisée sur un objet. On fixe le référentiel où l'expérience est faite. Dans ce référentiel, l'environnement implique l'influence de paramètres comme la température, la pression, etc. Un stimulus est appliqué sur l'objet dans des conditions connues dans cet environnement et l'on peut définir une observable mesurable. De cette expérience pragmatique mais complexe on peut déduire une loi reliant le stimulus et l'observable. Cette loi peut être vue comme une partie d'une métrique non linéaire quand le même objet est plongé dans un système plus vaste. Des conditions de continuité sur l'expérience et l'assemblage doivent être précisées pour maîtriser le comportement du système, mais des paramètres cachés peuvent influencer son évolution. Ces paramètres masqués peuvent être à l'origine de phénomènes d'émergences. L'ensemble du système est modélisé en utilisant les « gamma matrices », des transformateurs et « tenfolds » que nous détaillerons dans le papier final.

7 - Projection of Sensitive Reality into Cellular Topology

Olivier Maurice (AFSCET, Gerac), **Alain Reineix** (XLIM, Univ. Limoges), **Philippe Durand** (CNAM), **François Dubois** (CNAM), **Eric Beaussart** (AFSCET).

The purpose of this paper is to discuss about the abstract representation of some reality in a given referential into a cellular topology. From this projection, tensorial algebra can then be employed to translate mathematically the behavior of this perceptible reality. The first discussion wears on an experience realized on some object. It fixes the reference frame where the observation is made. In this reference frame, environment involves domains for which parameters are defined: temperature, pressure, etc. A stimulus can be applied on known conditions in this environment and defined observable can be measured. From this pragmatic but stilling complex experience, a law can be extracted giving a relation between the stimulus and the observable. This law can be seen as a function, part of a non-linear metric when the same object is enclosed in a larger system. Conditions on the domains and experiences must be detailed in order to control the system behavior, but masked parameters can influence the evolution of the system, being possible explanations for emergences. The whole system is modeling using “gamma matrices”, transformers and “tenfolds” that we will detail in the final paper. All the formalism is based on the tensorial analysis of networks. All details on the formalism and its mechanism will be developed in the final paper.

8 - Frontières : Un sujet complexe

Alexandre Makarovitsch (AFSCET, UCO).

A notre époque, les problèmes posés par les frontières dans toutes les dimensions de la vie sont incontournables. Les frontières, vues sous l'angle et avec l'éclairage systémique, deviennent des objets d'étude qui permettront de progresser dans la compréhension du monde. Les frontières sont multiformes et ont des propriétés et des caractéristiques très variées. Elles constituent en même temps des freins et des stimulateurs. Elles sont présentes partout. En effet, le nombre de domaines, le nombre d'acteurs dans chacun des domaines, les relations multiples entre domaines et entre acteurs ainsi qu'entre domaines et acteurs, font que le sujet « Frontières » est complexe et doit être traité avec les outils appropriés. Dans les sciences fondamentales, notamment en mathématique, les frontières sont des concepts bien définis et leur utilité n'est plus à démontrer. Dans les sciences appliquées, une prise en compte des frontières permettent d'approcher la réalité à travers des modèles mieux conçus et plus exploitables. Dans l'industrie, elles permettent de réaliser des produits avec plus d'économie, à un niveau de qualité supérieur, en tenant mieux compte de ceux auxquels les objets sont destinés. Dans la société, le grand nombre de frontières et leur dynamique oblige à une révision permanente des règles de vie, de comportement. Enfin, en géopolitique le domaine d'élection des discussions sur les frontières, le sujet est encore plus complexe et d'actualité : il conditionne la vie de populations importantes.

8 - Boundaries : a complex matter

Alexandre Makarovitsch (AFSCET, UCO).

In our times, the issues generated by boundaries in all the life dimensions are unavoidable. Boundaries, considered in a systemic approach, become study objects to help progress in the understanding of the world. Boundaries are multi-shaped, and have a large variety of properties and characteristics. These are at the same time brakes and boosters. Their presence is ubiquitous. Actually, the number of domains, the number of actors in each domain, the multiplicity of relations between domains and between actors, as well as between domains and actors, make the "Boundaries" subject a complex one which should be processed with appropriate tooling. In fundamental science and notably in mathematics, the boundary concept is well known and defined, its usability being clearly set. In applied sciences, the taking in account of boundaries allows to approach reality with better conceived and more usable models. In industry, boundaries allow for producing better products, from an economic stand point, more usable and of superior quality. In the society, the large number of boundaries and their dynamics, obliges to often revisit the life rules and behavior. Finally, in geopolitics, the domain of election for discussion about boundaries, the subject is even more complex and present: it conditions the life of large populations.

9 - An analytical formalism of dynamical systems

Joan C. Micó (Universitat Politècnica de València)

A *dynamical system* is considered as a system of coupled first order dynamic differential equations in this paper. A system like this represents the set of mathematical relationships among the dynamics of different variables, i.e. the dynamic structure of the system. In physics, natural laws are represented by systems of coupled second order dynamic differential equations, and the dynamic structure is given by Newton's laws.

However, natural laws in physics can be deduced from the minimization of integral action minimum principle, which through the Euler-Lagrange equations provides a Lagrangian-Hamiltonian formalism of natural laws. This action principle provides a teleological approach to natural laws besides the mechanical approach provided by Newton's laws (the dynamic structure).

Can an integral action minimum principle be applied to a dynamical system, i.e, by a teleological approach? The answer is positive. The combination of two independent theories can be applied to get this new formalism: the generalized Hamiltonian dynamics developed by P. A. M. Dirac in 1950, and the inverse Lagrange problem for dynamical systems developed by P. Havas in 1957. Particularly, this formalism also permits a quantum formulation of dynamical systems presented in a subsequent paper of this congress (*a quantum formalism of dynamical systems*). This approach is here called as the *analytical formalism of dynamical systems*.

First of all, the analytical formalism permits to state a mathematical parallelism between dynamical systems and physical systems. Besides, it permits the definition of functions such as the Lagrangian function or the Hamiltonian function of a dynamical system, and getting particular conserved amounts such as the energy (in the autonomous case) that a dynamic structure approach does not permit. In addition, other fundamental equations can be obtained, such as the Hamilton-Jacobi equation.

In general, the analytical formalism of dynamical systems presented is a tool to explore deeper the dynamics of complex systems, in addition to provide a way to define a quantum approach to such systems.

An application case is presented: the case of the one-dimensional systems, concretely the logistic function case. For this case the Lagrangian and Hamiltonian functions are obtained, as well as the system energy. The discussion about future lines of investigation and the link with the quantum approach is done to end the paper.

10 – A quantum formalism of dynamical systems

Joan C. Micó (Universitat Politècnica de València)

Considering in this paper a *dynamical system* as a system of coupled first order dynamic differential equations, a quantum approach is presented for these kinds of systems. The quantum approach here developed by the author is an attempt to better understand complexity. In addition, it provides a way to state a mathematical parallelism between dynamical systems and physical systems, which are generally defined through systems of coupled second order dynamic differential equations.

The first step is to recall the Hamiltonian formalism of dynamical systems, as well as the corresponding Hamilton-Jacobi equation, from the previous article provided in this congress (*an analytical formalism of dynamical systems*). In the beginning, from the quantization rules stated in the Copenhagen formalism of quantum mechanics, a Schrodinger equation can be written for these systems. The quantization rules applied assume that the physical Planck's constant is here substituted by a value that must depend on each particular system, and whose value must represent the limitation of knowledge on the system.

The Schrodinger equation deduced is a first order partial differential equation defined on the complex field. In addition, the amplitude square of the wave function is demonstrated that holds the probability conservation law, such as a wave function must be interpreted.

From the Schrodinger equation a time-independent version is deduced when the system is autonomous. The application case is focused on the one-dimensional systems, concretely on the logistic function case. For this case the energy can be quantized when the singularities arisen at the critical points of the logistic function become continuous.

To end the paper the future lines of research are stated from the approach presented, and some assumptions are discussed, such as the value of the particular Planck's constants, or the relationship of this approach with other approaches.

11 – A macroscopic spatio-temporal model of the brain

Joan C. Micó, Antonio Caselles, Salvador Amigó, Maria T. Sanz (Universitat Politècnica de València)

A macroscopic spatio-temporal model of brain dynamics is presented. It is here called as the spatio-temporal response model. The prediction of the spatial brain activity from a known initial one is possible with this model. Its mathematical structure is deduced from the time response model that predicts the time brain activity as a consequence of a stimulus, particularly of a stimulant drug.

Let us difference between the time brain activity, with absence of details about its spatial structure, from the spatio-temporal brain activity, with spatial-density (in brain volume) distribution of its activity. In fact, the time brain activity can be deduced from the spatio-temporal brain activity as the spatial integral over the brain spatial domain at any time.

On the one hand, the time response model permits to compute the dynamics of the time brain activity. The time response model is a non-autonomous first order differential equation whose dynamics depends on the particular stimuli. On the other hand, the spatio-temporal response model permits to compute the dynamics of the spatio-temporal brain activity. It is a non-autonomous reaction-diffusion model, which has been deduced from the response model, considering the following hypotheses:

1. Many stimuli of different kinds can affect the brain activity.
2. The brain activity has not a tonic level; it is substituted by the continuous presence of the stimuli that are always influencing the brain.
3. The spatio-temporal dynamics is obtained by substituting in the brain activity the time dependence by the spatio-temporal dependence.
4. A diffusion term is added to describe the particular spatial dynamics.

The analytical solution of the spatio-temporal response model is obtained for the idealized half-sphere geometry of the brain. The boundary conditions, given by the null flow through the brain walls, cause the arising of some quantum numbers that characterize the spatio-temporal dynamics of the brain. In addition, the initial conditions provide the coefficients of the functions' series that takes part in the analytical solution.